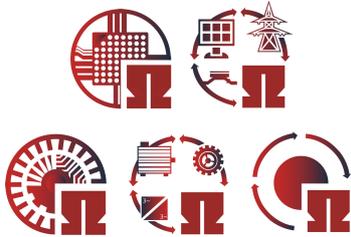


# ELSYS Note



## Harmonische Analyse: Zeit vs. Raum

*Dieses ELSYS Note untersucht die harmonische Analyse im Kontext räumlicher Verläufe, insbesondere in elektrischen Maschinen. Wir beleuchten die Unterschiede zur zeitlichen Analyse und zeigen die Bedeutung der Arbeitswelle auf. Anhand von Rechteckfunktionen demonstrieren wir, wie die Analyse im Raum- und Frequenzbereich funktioniert, und wie dies tiefere Einblicke in komplexe Systeme ermöglicht.*

### Einleitung

Die harmonische Analyse ist ein leistungsstarkes Werkzeug zur Untersuchung von Signalen und Verläufen, die in vielen technischen Anwendungen eine Rolle spielen. In dieser ELSYS Note werden wir die harmonische Analyse genauer betrachten und insbesondere auf die notwendige Überlegungen eingehen, die sich ergeben, wenn wir sie auf räumliche Verläufe anwenden.

### Hintergrund

Die harmonische Analyse im Zeitbereich ist vielen vertraut und wird oft zur Untersuchung von Ober- und Unterschwingungen in zeitabhängigen Signalen verwendet, d.h. harmonische die größer bzw. kleiner sind als die Grundschwingung. Diese Methode hat sich als äußerst nützlich erwiesen. In vielen Bereichen des Ingenieurwesens ist die harmonische Analyse fester Bestandteil des Arbeitsalltages geworden.

### Raum-Bereich

Im Bereich der elektrischen Maschinen und anderen Anwendun-

gen sind jedoch häufig räumliche Verläufe zu analysieren, wie beispielsweise die Luftspaltflussdichte in Elektromotoren. Hier wird häufig die radiale Komponente der Flussdichte über die Polteilung dargestellt.

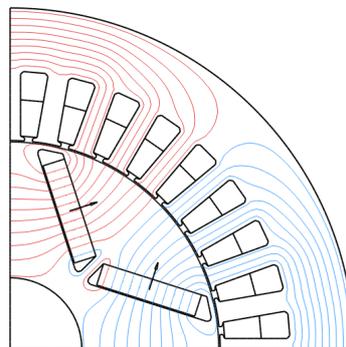


Abb. 1 V-Anordnung

In Abb. 1 ist als Beispiel eine permanent erregte Synchronmaschine mit V-Anordnung dargestellt. Die Maschinengeometrie wird detailliert in [1] beschrieben. Hier stellt sich die Frage, wie eine harmonische Analyse durchgeführt werden kann, wenn es keinen zeitlichen Verlauf gibt. Dazu ist es notwendig zwischen der Grund- und Arbeitswelle zu unterscheiden. Hier bietet sich die Definition nach [2] an.

### Arbeitswelle

Die Verteilung des magnetischen Feldes im Luftspalt einer elektrischen Maschine wird von mehreren Faktoren beeinflusst. Heller und Hamata [2] definiert es wie folgt: alle Harmonischen beziehen sich auf den gesamten Durchmesser der Maschine, d.h. die Grundharmonische der Ordnung  $\nu = 1$  bildet ein Polpaar, dem der Umfangswinkel  $2\pi$  entspricht. Wenn die Maschine  $p$  Polpaare hat, wird die Harmonische, die ein magnetisches Feld mit  $p$  Polpaaren erzeugt, als arbeitende Harmonische bezeichnet. Eine vereinfachte Darstellung eines Stators wird in Abb. 2 dargestellt. Die kleinste Welle weist die Wellenlänge von  $2\pi$  auf, und wird als die Grundwelle bezeichnet.

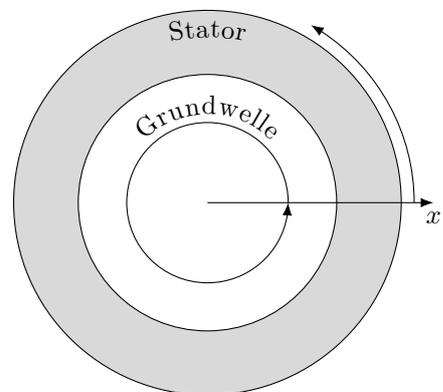


Abb. 2 Definition der Grundwelle

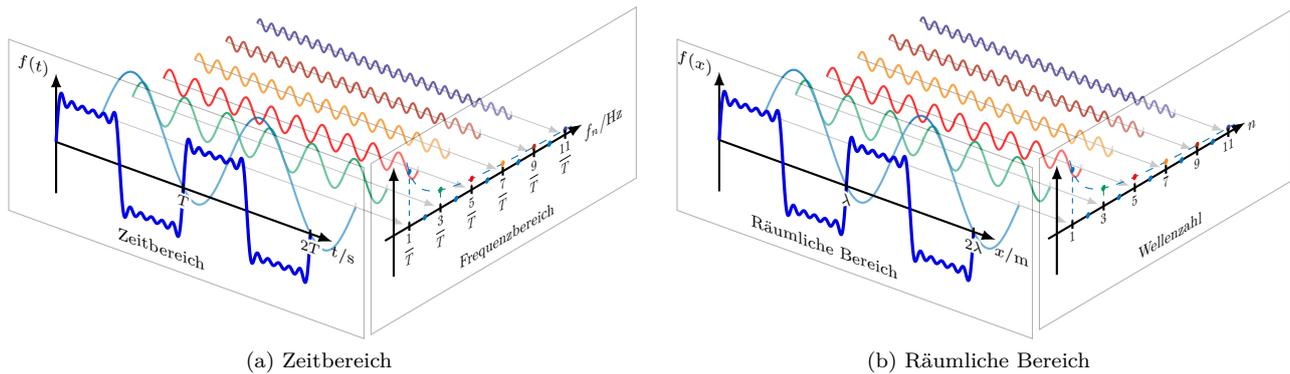


Abb. 3 Harmonische Analyse im Zeit- und Raumbereich

Diese Harmonische ist immer von der Ordnung  $\nu = p$ . Eine beliebige Harmonische der Ordnung  $n$  bildet  $\nu$  Polpaare. Einem Polpaar dieser Harmonischen entspricht der Umfangswinkel  $2\pi/n$ .

## Rechteck-Signal

Um das Grundprinzip zu erklären, nehmen wir ein bekanntes „Rechteck-Signal“ bis zur 11. Oberschwingung. Das schreiben wir dann als Fourierreihe, d.h.

$$f(t) = \frac{4}{\pi} \sum_{1,3,\dots}^{11} \frac{1}{n} \sin\left(\frac{2\pi}{T}nt\right) \quad (1)$$

Die Grundschwingung und die 11. Oberschwingung haben eine Periode von  $T$  bzw.  $T/11$ . Gemäß dem Abtasttheorem muss das Zeitsignal mit einer Abtastrate von kleiner als  $T/(2 \cdot 11)$  abgetastet werden, um sicherzustellen, dass Aliasing nicht auftritt. Die harmonische Analyse wird in Abb. 3(a) dargestellt. Im Zeitbereich erkennen wir das „Rechteck-Signal“, während im

Frequenzbereich die einzelnen Frequenzen bzw. Harmonischen wieder erkannt werden. Durch die harmonische Analyse haben wir das Zeitsignal in seine einzelnen Komponenten zerlegt. In vielen Bereichen des Ingenieurwesens ist es notwendig solche Komponenten zu kennen, da sie für das Verständnis eines Systems aufschlussreiche Informationen bieten.

## Rechteck-Welle

Um das räumliche harmonische Analyseprinzip zu erklären, stellen wir dasselbe „Rechteck-Signal“ in räumlicher Darstellung dar, d.h.

$$f(x) = \frac{4}{\pi} \sum_{1,3,\dots}^{11} \frac{1}{n} \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}nx\right) \quad (2)$$

Es ist identisch, abgesehen von der Bezeichnung der  $x$ -Achse. Statt Zeit haben wir nun den Abstand (m) oder alternativ die Winkelangabe (rad). Die „Rechteck-Welle“ hat eine Arbeitswelle und 11. Oberwelle mit Wellenlänge von  $\lambda$  bzw.  $\lambda/11$ .

Das Abtasttheorem besagt, dass mit einer Wellenlänge von mindestens  $\lambda/(2 \cdot 11)$  abgetastet werden sollte. Die harmonische Analyse wird in Abb. 3(b) dargestellt.

Im harmonischen Bereich, wenn Sie die räumliche Darstellung betrachten, wäre die Einheit normalerweise die „Raumwellenzahl“ oder „Wellenzahl“ ( $n$ ). Die Einheit der Raumwellenzahl ist normalerweise  $1/m$  oder  $1/\text{rad}$ , abhängig von Ihrer Wahl der räumlichen Einheiten (z.B. m oder rad). Die Raumwellenzahl ist das Gegenstück zur Frequenz im Zeitbereich und gibt an, wie viele Wellenzahlen pro Einheitsabstand existieren.

## Ausblick

Die räumliche harmonische Analyse ist eine wertvolle Methode, um komplexe Systeme zu verstehen. Dieser Ansatz, der Raum- und Zeitperspektiven verbindet, ermöglicht ein tieferes Verständnis und die Entwicklung innovativer Lösungen.

## Literatur

- [1] J.J. Germishuizen und T.J.E. Miller. „Inductance Analysis of Electric Machines by Classical and Numerical Methods“. *2022 24th European Conference on Power Electronics and Applications (EPE'22 ECCE Europe)*. 2022, S. 1–9.
- [2] B. Heller und V. Hamata. *Harmonic Field Effects in Induction Machines*. Czechoslovak Academy of Sciences. Elsevier Scientific Publishing Company, 1977. ISBN: 9780444998569.