

# Fachartikel 2009/2010

Prof. Dr. Michael Braun

Georg-Simon-Ohm-Hochschule Nürnberg  
Keßlerplatz 12  
90489 Nürnberg



## Inhaltsverzeichnis

	<b>Seite</b>
<b>Observer Controller Design and Simulation of a High-Speed MAGLEV Vehicle</b> Prof. Shu Guangwei M. Sc./Prof. Dr.-Ing. Reinhold Meisinger	<b>7</b>
<b>A modification of the simplex method reducing roundoff errors</b> Prof. Dr. Ralf-Ulrich Kern	<b>17</b>
<b>Beitrag zur geometrischen Synthese von Verzahnungen</b> Dipl.-Ing. Isajs Kans-Kagans/Prof. Dr.-Ing. Jürgen Zech	<b>27</b>
<b>FAMOS - ein ganzheitlicher Ansatz zum Fehlermanagement</b> Dipl.-Ing. (FH) Andreas Plach/Prof. Dr.-Ing. Rüdiger Hornfeck/Prof. Dr.-Ing. Frank Rieg/ Prof. Dr.-habil. Jörg Roth	<b>73</b>
<b>Milli-OHM – eine Kinderkrippe entsteht</b> Dipl.-Verw.wirtin (FH) Petra Schwendtner/Dipl.Soz.päd. (FH) Ulrike Schmidt/ Dipl.-Architekt (FH) Hans Birnbaum	<b>89</b>



# Observer-Controller Design and Simulation of a High-Speed MAGLEV Vehicle

Prof. Shu Guangwei M.Sc.

Shanghai Institute of Technology, Shanghai,  
P.R. China

Prof. Dr.-Ing. Reinhold Meisinger

Georg-Simon-Ohm University of Applied Sciences,  
Nuremberg, Germany

## Abstract

A magnetically levitated vehicle (MAGLEV) is simplified by a single mass system on a rigid guideway. The equations of motion of the electromechanical components are derived with LAGRANGE-function in state space notation. Because of the instability of the electromagnetic levitation system the vehicle must be actively controlled. The controller is designed by Linear Quadratic Control. An observer (KALMAN-Filter) is used to estimate the states which can not be measured or are influenced by noise. For the simulation of the controlled system the toolbox MATLAB is used. Simulation results for the time histories of the magnet gap and the acceleration are given for a gap initial condition.

The research work was supported by the Education Committee and Science and Technology Committee of Shanghai Municipality, P.R.China. It was carried out during the time Prof. Dr. Reinhold Meisinger was visiting professor in Shanghai 2008 and Prof. Shu Guangwei, M.Sc. was visiting professor in Nuremberg 2009.



## 1. Introduction

The MAGLEV train is one of the most important technology innovations in Germany in the end of the last century. It is the first train system which operates completely non-contact and without wheels [1, 7]. Because of the instability of the electro-magnetic levitation system the electromagnets must be actively controlled. The equations of motion are derived with LAGRANGE-function for a simplified single mass vehicle in state space notation [2, 5]. In engineering practice the vertical velocity of the vehicle cannot be measured by a sensor and the measurement of gap and acceleration are influenced by noise. So an observer is used to estimate it [2]. For the control system design a quadratic criterion is used. There the magnet gap, the vehicle vertical velocity and acceleration are weighted (Linear Quadratic Control) [2, 3]. For the observer design it is assumed that the system input and the measurements are influenced by white GAUSSIAN noises (KALMAN-Filter). The computer simulation of the active system is carried out with the toolbox MATLAB [6]. Simulation results of the direct state feedback and the use of an observer controller for the time histories of the magnet gap and the acceleration are given for a gap initial condition.

## 2. Technical Model

In Fig.1 the cross-section of the technical model of a MAGLEV vehicle without secondary suspension is shown. The electromagnets which generate attractive forces are fixed rigidly under the cabin. Because the vehicle is unstable, the magnet gap  $s_M$  and the vertical acceleration  $\ddot{s}_M$  are continuously measured by sensors and used as an input in the controller. The controller is computing the magnet voltage  $u_M$  so that the vehicle is levitating. Note: The vertical velocity which is necessary for the control is estimated by an observer [1, 2].

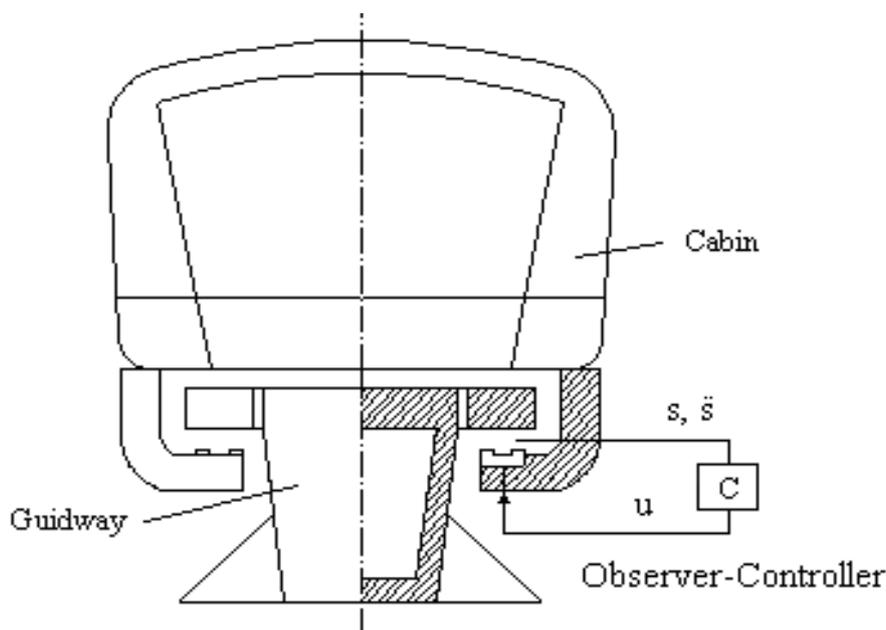


Fig. 1: Technical model of MAGLEV vehicle

## 3. Mathematical Model

In Fig.2 the mathematical model of a single mass vehicle on a rigid guideway is shown. There  $mg$  is the vehicle weight (including the magnets),  $s_M$  is the magnet gap,  $R$  is the resistance,  $L(s_M)$  is the gap dependent inductance,  $i_M$  is the magnet current and  $u_M$  is the magnet voltage. Stray flux as considered in [2] and eddy current effects will be neglected.

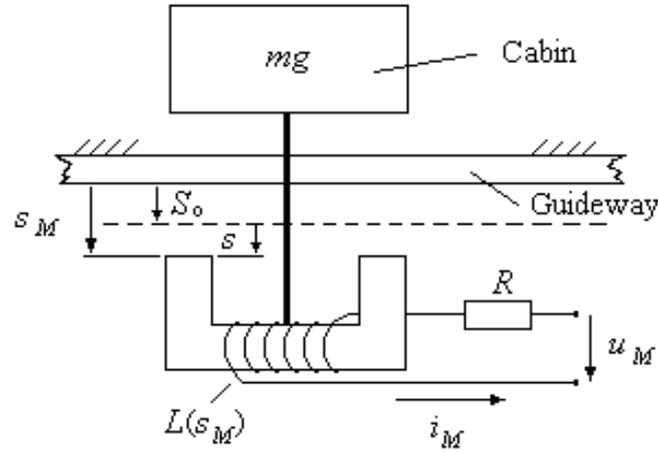


Fig. 2: Mathematical model of a single mass MAGLEV vehicle

### 3.1 Nonlinear differential equations

The equations of motion can be derived e.g. with LAGRANGE-function  $L$ , which is defined as difference between kinetic energy  $T$  and potential energy  $U$  of a dynamic system.

$$L = T - V \quad (1)$$

Then the LAGRANGE equations of motion are [3]

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_r} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_r} = Q_r, \quad r = 1(1), \quad (2)$$

where  $q_r$  are the generalized coordinates and  $\dot{q}_r$  are the generalized velocities who describe the system in the  $n$ -dimensional vector-space.  $Q_r$  are the generalized forces who cannot be derived from a potential.

With the relative permeability of iron  $\mu_r \gg 1$  and the inductance constant  $\mu_0$  the inductance  $L(s_M)$  of the magnet coil can be written as [4]

$$L(s_M) = \frac{\mu_0 \cdot N^2 \cdot A}{2 \cdot s_M}$$

where  $A$  is the pole area and  $N$  is the number of windings.

With the generalized coordinate  $q_1 = s_M$  and the generalized velocities  $\dot{q}_1 = \dot{s}_M$ ,  $\dot{q}_2 = i_M$  the kinetic energy  $T$  and the potential Energy  $U$  of the MAGLEV system are

$$T = \frac{1}{2} L(s_M) \cdot i_M^2 + \frac{1}{2} m \cdot \dot{s}_M^2, \quad (3)$$

$$U = -m \cdot g \cdot s_M.$$

Then the LAGRANGE-function is obtained according to eq. (1) to

$$L = \frac{1}{2} L(s_M) \cdot i_M^2 + \frac{1}{2} m \cdot \dot{s}_M^2 + m \cdot g \cdot s_M. \quad (4)$$

The generalized force in eq. (2) is  $Q_2 = u_M - i_M \cdot R$ .

With eq. (2) and eq. (4) the nonlinear equations of motion are obtained as:

$$\ddot{s}_M = -\frac{L(s_M)}{2 \cdot s_M \cdot m} i_M^2 + g, \quad (5)$$

$$\dot{i}_M = -\frac{R}{L(s_M)} i_M + \frac{i_M}{s_M} \dot{s}_M + \frac{1}{L(s_M)} u_M.$$

### 3.2 Linear differential equations

The linearization is useful for the design of the Linear Quadratic Control (RICCATI-controller) and the design of the observer (KALMAN-Filter). For small deviations from steady-state we can write, cf. Fig.2

$$s_M = S_0 + s, \quad i_M = I_0 + i, \quad u_M = U_0 + u, \quad \dot{s}_0 = 0, \quad \dot{i}_0 = 0.$$

Together with eq. (5) and the values in steady-state position

$$L_0 = L(S_0), \quad U_0 = I_0 \cdot R,$$

the following linearized equations of motion are obtained:

$$\begin{aligned} \ddot{s} &= -\frac{P_i}{m} i + \frac{P_s}{m} s, \\ \dot{i} &= -\frac{R}{L_0} i + \frac{I_0}{S_0} \dot{s} + \frac{1}{L_0} u, \end{aligned} \quad (6)$$

with the magnet parameters

$$P_i = \frac{L_0 \cdot I_0}{m \cdot S_0}, \quad P_s = \frac{P_i \cdot I_0}{S_0}.$$

Eq. (6) can be transformed into

$$\ddot{s} = \frac{P_s R}{m L_0} s - \frac{R}{L_0} \dot{s} - \frac{P_i}{m L_0} u \quad (7)$$

### 4. State Space Notation

Together with eq. (7) and  $s, \dot{s}$  as measurements the following state equation and measurement equation are obtained [2]:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} s \\ \dot{s} \\ \ddot{s} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ P_s R / (m L_0) & 0 & -R / L_0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} s \\ \dot{s} \\ \ddot{s} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -P_i / (m L_0) \end{bmatrix} \cdot u \\ \begin{bmatrix} s \\ \dot{s} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} s \\ \dot{s} \\ \ddot{s} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (8)$$

Eq. (8) has the form

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A} \cdot \mathbf{x} + \mathbf{D} \cdot u \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C} \cdot \mathbf{x} \end{aligned}$$

with the state vector  $\mathbf{x}$ , the scalar control input signal  $u$ , the measurement vector  $\mathbf{y}$ , the system matrix  $\mathbf{A}$ , the input matrix  $\mathbf{D}$ , and the measurement matrix  $\mathbf{C}$ .

The control law for state feedback is

$$u = -[K_1 \quad K_2 \quad K_3] \cdot \begin{bmatrix} s \\ \dot{s} \\ \ddot{s} \end{bmatrix}. \quad (9)$$

With the controller feedback matrix  $\mathbf{K}$  eq. (9) has the form

$$u = -\mathbf{K} \cdot \mathbf{x}$$

## 5. Controller Design

To optimize the system the quadratic loss criterion

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} [\mathbf{x}^T \cdot \mathbf{C}^T \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{C} \cdot \mathbf{x} + R \cdot u^2] \cdot dt = \min \quad (10)$$

is used. There the diagonal matrix

$$\mathbf{Q} = \text{diag}[\mathbf{Q}_1 \quad \mathbf{Q}_2]$$

is weighting with  $\mathbf{Q}_1$  the gap (safety) and with  $\mathbf{Q}_2$  the acceleration (ride comfort). The scalar quantity  $R$  is weighting the input signal (control power) [2].

Then the controller feedback matrix  $\mathbf{K}$  is obtained as

$$\mathbf{K} = \frac{1}{R} \mathbf{D}^T \cdot \mathbf{P}, \quad (11)$$

where  $\mathbf{P}$  is the steady-state solution of the matrix RICCATI equation

$$\mathbf{P} \cdot \mathbf{A} + \mathbf{A}^T \cdot \mathbf{P} + \mathbf{C}^T \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{C} - \mathbf{P} \cdot \mathbf{D} \cdot \mathbf{K} = \mathbf{0}. \quad (12)$$

This equation can be solved e.g. numerically with MATLAB [6].

## 6. Observer Design

Because in practice the velocity  $\dot{s}$  can not be measured by a sensor and the gap and acceleration measurements  $s, \ddot{s}$  are influenced by noise an estimation of the state vector  $\mathbf{x}$  is performed by the following 3<sup>rd</sup> order observer (KALMAN-Filter):

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}} = \mathbf{A} \cdot \hat{\mathbf{x}} + \mathbf{D} \cdot \mathbf{u} + \mathbf{L}(\mathbf{y} - \mathbf{C} \cdot \hat{\mathbf{x}}) \quad (13)$$

Eq. (13) is a model of the system eq. (8) and a feedback signal proportional to the difference between the actual measurement signal  $\mathbf{y}$  and the estimated measurement signal  $\mathbf{C} \cdot \hat{\mathbf{x}}$ . It is assumed that the system input and the measurements are influenced by uncorrelated stochastic vector processes which are white GAUSSIAN noises

$$\mathbf{w} \sim N[0, \mathbf{G}], \quad \mathbf{v} \sim N[0, \mathbf{H}] \quad (14)$$

with mean value zero. The scalar quantity  $G$  is the power spectral density of the system input noise and the diagonal matrix

$$\mathbf{H} = \text{diag}[H_1, H_2]$$

describes with  $H_1, H_2$  the power spectral densities of the gap and acceleration measurement noises.

Then the observer feedback matrix  $\mathbf{L}$  is obtained as

$$\mathbf{L} = \mathbf{\Sigma} \cdot \mathbf{C}^T \cdot \mathbf{H}^{-1} \quad (15)$$

where  $\mathbf{\Sigma}$  is the steady-state solution of the matrix RICCATI equation

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{\Sigma} + \mathbf{\Sigma} \cdot \mathbf{A}^T + \mathbf{D} \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{D}^T - \mathbf{L} \cdot \mathbf{C} \cdot \mathbf{\Sigma} = \mathbf{0}. \quad (16)$$

Because of the duality between Linear Quadratic Control and KALMAN-Filter, eq. (16) can be solved numerically similar to eq. (12) when the relations shown in table 1 are used.

Linear Quadratic Control	Observer (KALMAN-Filter)
<b>A</b>	<b>A<sup>T</sup></b>
<b>D</b>	<b>C<sup>T</sup></b>
<b>Q</b>	<b>G</b>
<b>R</b>	<b>H</b>
<b>K</b>	<b>L<sup>T</sup></b>
<b>P</b>	<b>Σ<sup>T</sup></b>

Table 1: Duality between controller and observer

## 7. Simulation with MATLAB

The system eq. (8) and the observer eq. (13) can be combined with the control law

$$u = -\mathbf{K} \cdot \hat{\mathbf{x}} \quad (17)$$

to the following matrix differential equation used for the simulation with MATLAB:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \hat{\mathbf{x}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & -\mathbf{DK} \\ \mathbf{LC} & \mathbf{A} - \mathbf{DK} - \mathbf{LC} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \hat{\mathbf{x}} \end{bmatrix} \quad (18)$$

The block diagram shown in Fig. 3 demonstrates eq. (18).

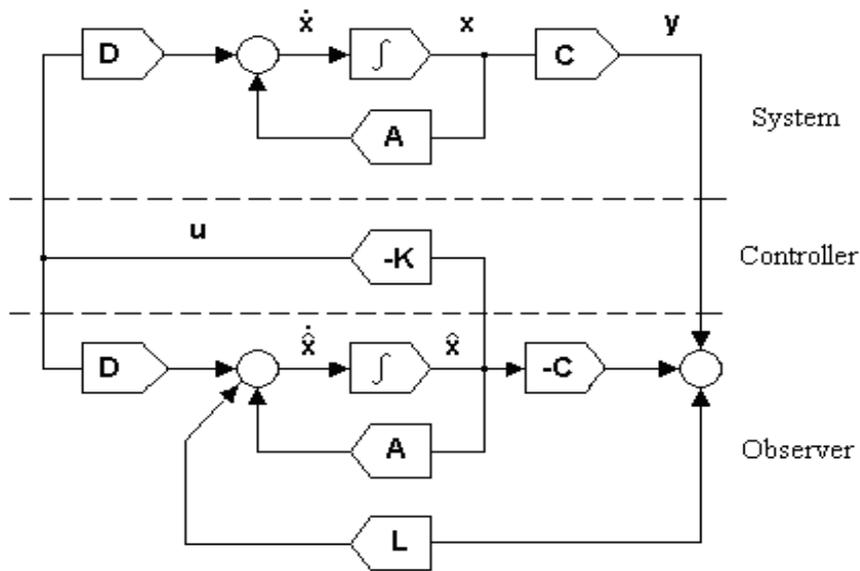


Fig. 3: System with observer-controller

## 8. Simulation Results

The system parameters in eq. (8) used for the simulation with MATLAB are resistance  $R = 4\Omega$ ,  $P_s = 10^6 N/m$ ,  $m = 10^3 kg$ ,  $L_0 = 1 Vs/A$ ,  $P_i = 10^3 N/A$ .

The weightings in eq. (10) used for the control system design are  $Q_1 = 10^6$ ,  $Q_2 = 1$ , weighting  $R = 10^{-4}$ .

The power spectral densities in eq. (14) for the system input noise and the measurement noise are  $G = 1$ ,  $H_1 = 10^{-10}$ ,  $H_2 = 10^{-5}$ .

In Fig.4 and Fig.5 the time histories of magnet gap deviation and vertical acceleration are presented with a gap initial condition  $s(0) = 2 \text{ mm}$  for direct state feedback and the use of an observer-controller.

## 9. Conclusions

For a MAGLEV vehicle the equations of motion have been derived with LAGRANGE-Function and written in state space notation. It was possible to stabilize the system with the aid of Linear Quadratic Control and an observer (KALMAN-Filter). The time histories of magnet gap deviation and vertical acceleration are presented with a gap initial condition. The results using an observer-controller compared with the results of a direct state feedback show that the MAGLEV vehicle can be also successfully stabilized with a state estimation carried out by an observer.

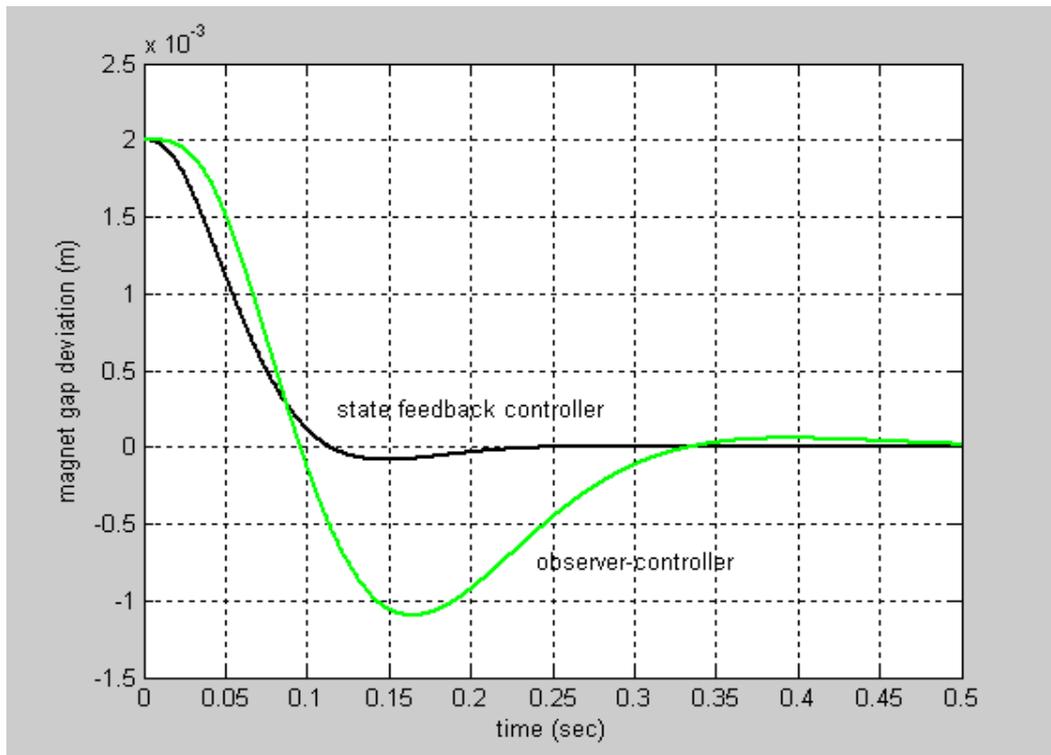


Fig. 4: Time histories of magnet gap with a gap initial condition  $s(0)=2\text{mm}$

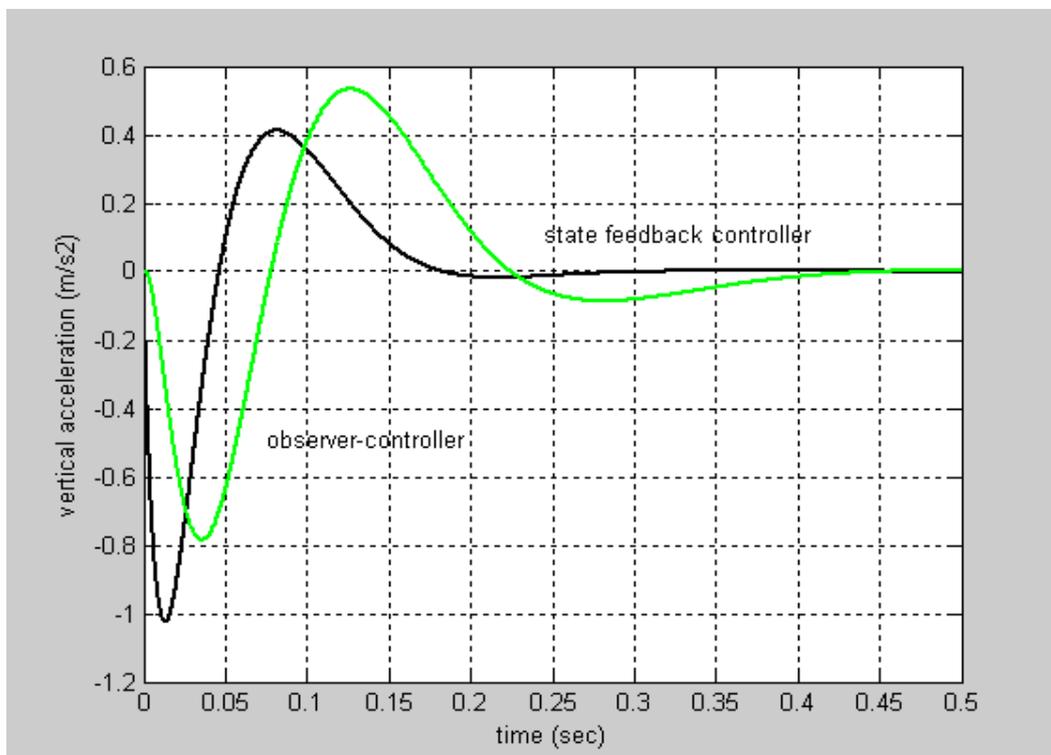


Fig. 5: Time histories of acceleration with a gap initial condition  $s(0)=2\text{mm}$

## References

- [1] Gottzein, E., Meisinger, R., Miller, L.: Magnetic Wheel in the Suspension of High-Speed Ground Transportation Vehicles. IEEE Transactions on Vehicular Technology, Vol. VT 29, No.1 (1980), pp.17-23.
- [2] Meisinger, R.: Beiträge zur Regelung einer Magnetschwebbahn auf elastischem Fahrweg, Dr.-Ing Dissertation TU München, 1977.
- [3] Meisinger, R., Shu, Guangwei: Entwurf eines RICCATI-Reglers, FH-Nachrichten 1/91, Georg-Simon-Ohm Fachhochschule Nürnberg (1991) S.16-18.
- [4] Magnus, K., Mueller, H.H.: Grundlagen der Technischen Mechanik, Teubner Verlag, Stuttgart, 1974.
- [5] Meisinger, R.: Ermittlung der Bewegungsgleichungen eines electromechanischen Systems mittels LAGRANGE-Funtional, Schriftenreihe Helf 3, Georg- Simon-Ohm Fachhochschule Nuernberg (1999) S. 2-5.
- [6] MATLAB/SIMULINK Help Document. The Mathworks, Inc. 1999.
- [7] Gottzein, E., Meisinger, R., Miller, L.: Magnetic Suspension Control System for High Speed Ground Transportation Vehicles. Proc. of World Electrotechnical Congress, Moscow, 1977.



# A modification of the simplex method reducing roundoff errors

Ralf Ulrich Kern

Georg-Simon-Ohm-Hochschule  
Nürnberg  
Fakultät Informatik

Postfach 21 03 20  
90121 Nürnberg

[Ralf-Ulrich.Kern@ohm-hochschule.de](mailto:Ralf-Ulrich.Kern@ohm-hochschule.de)

## Abstract

The aim of this paper is to present a modification of the simplex algorithm giving under certain, numerically harder, circumstances surprisingly more precise results than the standard method does. Furthermore the modified method can be combined with Gomory's algorithm in order to solve linear integer optimization problems more easily.



## 1. Introduction

The aim of this paper is to present a modification of the simplex algorithm giving under certain, numerically harder, circumstances surprisingly more precise results than the standard method does.

Consider the linear optimization problem in standard form:

$$\begin{aligned} & \text{Maximize } c^T x \\ \text{(LP)} \quad & \text{subject to } Ax \leq b, \quad x \geq 0, \quad x \in \mathbf{R}^n, \end{aligned}$$

where  $c \in \mathbf{Z}^n$ ,  $A \in \mathbf{Z}^{n \times m}$ ,  $b \in \mathbf{Z}^m$  and  $b \geq 0$ .

that is, all input data have to be integers. *The solution of this problem, however, is not required to be integer-valued*, that means, we are dealt with a continuous and not an integer problem.

The modified simplex algorithm to be presented has the following effect: Starting with integer input data, every subsequent simplex tableau will have integer values. Only for evaluating the final tableau it may be necessary to perform divisions where non-integer results may occur. This implies that, given a sufficiently large, but (in contrast to using floating point numbers) always finite number of decimal places for the computation, the modified method will not cause any rounding errors - except, perhaps, in the evaluation of the final tableau.

In practical computations, of course, the number of decimal places available for the computation usually is not only finite, but also bounded, such that nevertheless rounding may occur. Anyway, the modified method has the property to prevent the involved numbers from increasing too much in length. This feature will be discussed later on in more detail.

The restriction to integer input data is not very relevant, since problems with fractions can be converted to fit into the integer requirements. Although the modified method deals with continuous optimization problems, it is possible to apply it to integer optimization. This point will also be considered in some detail.

## 2. Definition of the modified algorithm

The general simplex tableau of the modified algorithm in short (abbreviated) form is given by

$d$	$x_{k_1}$	$\dots$	$x_{k_j}$	$\dots$	$x_{k_n}$	
$x_{h_1}$	$a'_{11}$	$\dots$	$a'_{1j}$	$\dots$	$a'_{1n}$	$b'_1$
$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$
$x_{h_i}$	$a'_{i1}$	$\dots$	$a'_{ij}$	$\dots$	$a'_{in}$	$b'_i$
$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$
$x_{h_m}$	$a'_{m1}$	$\dots$	$a'_{mj}$	$\dots$	$a'_{mn}$	$b'_m$
	$z'_1$	$\dots$	$z'_j$	$\dots$	$z'_n$	$f$

It differs from the short form tableau of the standard simplex method only by showing one additional term, *the corner divisor d*. Note that the  $x_{h_i}$  ( $i = 1, \dots, m$ ) are the basic variables.

The initial tableau of the modified method is defined in the following way:

$$\begin{aligned} d & := 1, \quad f := 0, \\ a'_{ij} & := a_{ij}, \quad b'_i := b_i, \quad z'_j := -c_j; \\ x_{k_j} & := x_j, \quad x_{h_i} := x_{n+i}, \\ & (i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n), \end{aligned}$$

where the entries  $a_{ij}$ ,  $b_i$ ,  $c_j$  are given by the initial problem (LP), yielding the following initial tableau

1	$x_1$	$\cdots$	$x_j$	$\cdots$	$x_n$	
$x_{n+1}$	$a_{11}$	$\cdots$	$a_{1j}$	$\cdots$	$a_{1n}$	$b_1$
$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$
$x_{n+i}$	$a_{i1}$	$\cdots$	$a_{ij}$	$\cdots$	$a_{in}$	$b_i$
$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$
$x_{n+m}$	$a_{m1}$	$\cdots$	$a_{mj}$	$\cdots$	$a_{mn}$	$b_m$
	$-c_1$	$\cdots$	$-c_j$	$\cdots$	$-c_n$	0

In a modified tableau, the pivot term is chosen among the entries  $a'_{ij}$  like in a standard tableau, according to the usual or any other pivot choice rule. After having chosen the pivot term  $p$ , the situation can be represented like this:

$$\begin{array}{cccc} \frac{d}{x_i} & x_j & & \\ & \boxed{p} & \cdots & r \\ & \vdots & & \vdots \\ & c & \cdots & e \end{array}$$

where  $d$  denotes the corner divisor,  $p$  the chosen pivot term,  $r$  ( $c$ ) any other element in the pivot row (column, resp.),  $x_i$  ( $x_j$ ) the corresponding (non-)basic variables (to be exchanged in the pivot step), and  $e$  any entry elsewhere in the tableau. The exchange step is now performed according to the **rectangle rule** for the modified tableau:

$$\begin{array}{cccc} \frac{d}{x_i} & x_j & & \\ x_i & \boxed{p} & \cdots & r \\ & \vdots & & \vdots \\ & c & \cdots & e \end{array} \longrightarrow \begin{array}{cccc} \frac{p}{x_j} & x_i & & \\ x_j & d & \cdots & r \\ & \vdots & & \vdots \\ & -c & \cdots & \frac{pe-rc}{d} \end{array}$$

After having reached the final tableau, that is when it is no more possible to find a pivot column, all tableau entries (or at least the  $b$ 's at the right hand side) are to be divided by the corner divisor; then the evaluation is done in the same way as with a final tableau of the standard simplex algorithm.

The significance of the modified method is explained by the

**Theorem**

a) Dividing the whole modified tableau by the corner divisor  $d$  yields the same standard simplex tableau that is obtained by executing the standard simplex algorithm starting with the same initial tableau and making the same pivot choices in each exchange step as have been taken with the modified method.

b) The row  $x_{h_i} \mid a'_{i1} \cdots a'_{ij} \cdots a'_{in} \mid b'_i$

of a modified tableau represents the equation

$$d' x_{h_i} + a'_{i1} x_{k_1} + \cdots + a'_{ij} x_{k_j} + \cdots + a'_{in} x_{k_n} = b'_i.$$

c) The quotient  $(pe - rc)/d$  obtained by executing an exchange step in a modified tableau is *always integer-valued*.

**Proof:**

a) By induction on the sequence of exchange steps. The assertion is obvious for the initial tableau, since  $d = 1$ .

For the standard simplex algorithm the usual rectangle rule is used, that is

$$\begin{array}{ccc|ccc} \boxed{p'} & \cdots & r' & \frac{1}{p'} & \cdots & \frac{r'}{p'} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ c' & \cdots & e' & -\frac{c'}{p'} & \cdots & e' - \frac{r'c'}{p'} \end{array} \rightarrow$$

Let the situation in an intermediate tableau of the modified method be represented by the following data necessary for the rectangle rule (with  $p$  being the pivot term)

$$\begin{array}{c} \underline{d} | \\ \boxed{p} \quad \cdots \quad r \\ \vdots \quad \quad \quad \vdots \\ c \quad \cdots \quad e \end{array}$$

then the following operations can be commuted:

$$\begin{array}{ccc} \begin{array}{c} \underline{d} | \\ \boxed{p} \quad \cdots \quad r \\ \vdots \quad \quad \quad \vdots \\ c \quad \cdots \quad e \end{array} & \xrightarrow[\text{step}]{\text{exchange}} & \begin{array}{c} \underline{p} | \\ d \quad \cdots \quad r \\ \vdots \quad \quad \quad \vdots \\ -c \quad \cdots \quad \frac{pe-rc}{d} \end{array} \quad (\text{modified tableau}) \\ \downarrow \text{division by } d & & \downarrow \text{division by } p \\ \begin{array}{c} \boxed{\frac{p}{d}} \quad \cdots \quad \frac{r}{d} \\ \vdots \quad \quad \quad \vdots \\ \frac{c}{d} \quad \cdots \quad \frac{e}{d} \end{array} & \xrightarrow[\text{step}]{\text{exchange}} & \begin{array}{c} \underline{d} | \\ \frac{d}{p} \quad \cdots \quad \frac{r}{p} \\ \vdots \quad \quad \quad \vdots \\ -\frac{c}{p} \quad \cdots \quad \frac{e}{d} - \frac{rc}{pd} \end{array} \quad (\text{standard tableau}) \end{array}$$

where the arrow “division by  $d$ ” yields the equivalent standard tableau by induction hypothesis and the arrow “division by  $p$ ” proves the induction assertion.

b) Using the result just proved, the given row may be divided by the corner divisor  $d'$  to yield the corresponding row in an equivalent standard tableau which can be considered to be the equation

$$x_{h_i} + \sum_{j=1}^n \frac{a'_{ij}}{d'} x_{k_j} = \frac{b'_i}{d'}$$

proving the assertion.

c) Consider for a given linear optimization problem a sequence of modified tableaus and their corresponding standard tableaus which are obtained by making the same pivot choices in each exchange step. Keep in mind that (according to part a of this theorem) the entries of the standard tableau are equal to corresponding entries of the modified tableau divided by the corner divisor  $d$ .

Next we show by induction on the sequence of exchange steps that in a modified tableau  $d$  is equal to the determinant of the basis of the corresponding standard tableau. This is obviously true for the initial tableau with  $d = 1$  being the determinant of the unit matrix.

Now let some intermediate modified tableau with pivot term  $p$  and corner divisor  $d$  be given. The corresponding pivot term in the standard tableau will be  $p' := p/d$ . Let  $B$  be the basis of the standard tableau before the exchange step and  $\underline{B}$  after it. It is well-known (see e.g. [Gas], chapter 4, section 2) that  $\det \underline{B} = (\det B) \cdot p'$ , and by induction hypothesis we have  $\det B = d$  such that

$$\det \underline{B} = d \cdot p' = d \cdot \frac{p}{d} = p,$$

but after having executed the exchange step, the pivot term  $p$  will be the new corner divisor. Now assume that  $B$  is the basis of a given standard tableau and that  $N$  is the matrix of the remaining nonbasic vectors of this tableau.  $N$  and  $B$  are part of the initial (long-form) tableau, and therefore both consist of integers only. Then the matrix formed by the coefficients  $a_{ij}$  of the abbreviated standard tableau without the right-hand side and the objective function's row is equal to  $B^{-1}N$ . According to Cramer's rule, each entry of  $B^{-1}$  has the form  $c/(\det B) = c/d$ , where  $c$  is some minor of  $B$ , thus an integer, and the same form applies to the entries of  $B^{-1}N$  as well as on the right-hand side and the objective function's row. Therefore the entries of the corresponding abbreviated modified tableau are integers, since, according to part a of the theorem, they are obtained by multiplying the entries of  $B^{-1}N$  with  $d$ . This eventually proves the assertion. ■

### 3. Numerical considerations

In practical computations with the modified method the number of decimal places of the tableau entries tend to increase by a certain amount. With respect to this problem, there are three possibilities to do integer arithmetics on a computer:

1. Use an integer data type,
2. use an integer data type with saturation arithmetics,
3. embed integers into a floating point number data type.

The first possibility includes the danger of overflow when exceeding the range of the chosen data type, leading in such a case to premature program termination when the result of an operation exceeds this range. The second one replaces the result in this case by the largest (or smallest, if it is negative) representable integer, so that the program can be continued, but possibly with a significant error.

The third choice behaves similarly as the second one, but with a considerably smaller roundoff error. The floating point standard IEEE 754 (see [Kah] or [IEEE], section 4) implemented in all current microprocessors with floating point unit (e. g. those with x86 architecture) requires that arithmetical operations on integers represented by floating point numbers be precise as long as the results are integer-valued and do not exceed the range of the embeddable integers (i. e. up to 17 decimal places for 64-bit floating point numbers). Therefore a floating point data type should be used for the modified simplex method.

Since in practical computations, as has already been mentioned, the available number of binary (and likewise decimal) places is bounded, rounding-off or overflow (depending on the variable type used) may occur if intermediate results exceed the maximum number length given by the data type range. However, the division by the corner divisor  $d$  in the expression  $(pe - rc)/d$  slows down the increase of the number of digits of the tableau entries. Nevertheless it is advisable to use another than the usual pivot choice rule (the steepest descent rule), namely the rule resulting in the largest increase of the objective function, because this rule saves exchange steps, thus limiting the increase of the entries' size even more.

When evaluating the expression  $(pe - rc)/d$  during an exchange step, it is recommended to compute  $pe - rc$  with double precision, because the products  $pe$  and  $rc$  can have double length, and any rounding occurring in the calculation of  $pe - rc$  may destroy the integer property of  $(pe - rc)/d$ . Dividing  $pe - rc$  by  $d$  usually restores normal length such that single length storage might be sufficient.

The well-known method of scaling applied to the modified tableau can destroy the integer property and therefore is not admissible. The initial tableau, however, should not contain common divisors greater than 1 in any row or column in order to keep the entries small. But even if all common divisors have been cancelled in the initial tableau, in the course of the following exchange steps it may happen that there are common divisors of

the whole tableau (including the corner divisor). Cancelling such common divisors would reduce the number of decimal places needed for the tableau entries, but also can destroy the integer property of the next tableau. However, the following rule can be stated:

### Cancellation rule

If the whole pivot row or the whole pivot column is divisible by the *corner* divisor  $d$ , then a *common* divisor  $t$  of the whole tableau (including the corner divisor) can be cancelled without risking the all-integer-property.

#### Proof:

Denote the *common* divisor of the whole tableau by  $t$ , and assume that, say, the pivot row is divisible by  $d$ . (The proof for the pivot column case is almost verbatim the same.) Then  $\bar{p} := p/d$  and  $\bar{r} := r/d$  are integers, and executing the exchange step in the cancelled tableau yields according to our rectangle rule:

$$e' = \frac{\frac{pe}{t} - \frac{rc}{t}}{\frac{d}{t}} = \frac{1}{t} \frac{pe - rc}{d} = \bar{p} \frac{e}{t} - \bar{r} \frac{c}{t} \in \mathbb{Z}.$$

■

If the conditions of the cancellation rule are met, it is advisable to cancel a common divisor of the whole tableau before executing the next exchange step in order to reduce the length of the tableau entries.

## 4. Application to linear integer optimization problems

It is well-known that GOMORY's first algorithm [Gom] for the solution of linear *integer* optimization problems is very sensitive to rounding errors. GOMORY did recognize this problem and therefore devised a second method to overcome it. Now we have the possibility to combine the modified simplex method with GOMORY's first algorithm in order to let it operate like GOMORY's second one, but in an easier way. In the sequel the combined method will be outlined, following GOMORY's idea of constructing additional cutting planes.

Let the following linear integer optimization problem be given:

$$\begin{aligned} & \text{Maximize} && c^T x \\ \text{(IP)} & \quad \text{subject to} && Ax \leq b, \quad x \geq 0, \quad x \in \mathbb{Z}^n, \\ & \text{where } c \in \mathbb{Z}^n, A \in \mathbb{Z}^{n \times m}, b \in \mathbb{Z}^m \text{ and } b \geq 0. \end{aligned}$$

Assume that the relaxed problem has been solved, neglecting the integer constraint, by means of the modified simplex method. Assume further that in the final tableau there is an index  $i_0$  with  $1 \leq i_0 \leq m$  such that  $d'$  is not a divisor of  $b'_{i_0}$ , where  $d'$  is the corner divisor and  $b'_{i_0}$  the  $i_0$ -th entry of the right-hand side of the final tableau (if there is no such  $i_0$ , the solution is already the optimal integer solution). Then the  $i_0$ -th row of the final tableau in the form

$$x_{h_{i_0}} \quad | \quad a'_{i_0 1} \quad \cdots \quad a'_{i_0 j} \quad \cdots \quad a'_{i_0 n} \quad | \quad b'_{i_0}$$

represents according to part *b* of the theorem the following equation satisfied by all feasible points  $x \in \mathbb{R}^n$ :

$$(*) \quad d' x_{h_{i_0}} + \sum_{j=1}^n a'_{i_0 j} x_{k_j} = b'_{i_0}.$$

With the definitions

$$\begin{aligned}\bar{a}_{i_0j} &:= a'_{i_0j} \pmod{d'} \quad \text{with } 0 \leq \bar{a}_{i_0j} < d', \\ \bar{b}_{i_0} &:= b'_{i_0} \pmod{d'} \quad \text{with } 0 < \bar{b}_{i_0} < d', \\ A_{i_0j} &:= \frac{a'_{i_0j} - \bar{a}_{i_0j}}{d'} \in \mathbb{Z}, \\ B_{i_0} &:= \frac{b'_{i_0} - \bar{b}_{i_0}}{d'} \in \mathbb{Z},\end{aligned}$$

the equation (\*) can be represented as follows:

$$d' x_{h_{i_0}} + \sum_{j=1}^n (\bar{a}_{i_0j} + d' A_{i_0j}) x_{k_j} = d' B_{i_0} + \bar{b}_{i_0}$$

and hence

$$d' x_{h_{i_0}} + d' \sum_{j=1}^n A_{i_0j} x_{k_j} - d' B_{i_0} = - \underbrace{\sum_{j=1}^n \bar{a}_{i_0j} x_{k_j}}_{\geq 0} + \bar{b}_{i_0} \leq \bar{b}_{i_0} < d'.$$

Since, for all  $x \in \mathbf{Z}^n$ , the left-hand side of this equation is divisible by  $d'$ , this holds true for the right-hand side as well, such that

$$1 > \frac{- \sum_{j=1}^n \bar{a}_{i_0j} x_{k_j} + \bar{b}_{i_0}}{d'} \in \mathbb{Z}.$$

Therefore the new GOMORY constraint is satisfied for all feasible points  $x \in \mathbf{Z}^n$ :

$$- \sum_{j=1}^n \bar{a}_{i_0j} x_{k_j} + \bar{b}_{i_0} \leq 0.$$

On the other hand, the new GOMORY constraint cannot be satisfied by the relaxed optimal solution of the last tableau, because all  $x_{k_j}$  are non-basic variables there and therefore 0. Adding this new constraint to the last tableau then reduces the feasibility region without cutting off integer-valued feasible points. Before continuing the computation it is advisable to dualize the tableau yielding that the next pivot term (and hence the next corner divisor) is to be found among the  $a_{i_0j}$  which are  $< d'$ . This implies that the sequence of corner divisors is strictly decreasing when adding further GOMORY's constraints. The procedure ends after a finite number of steps, as the corner divisors have to be positive integers and, if the method has not finished before, the last corner divisor will be 1 yielding an optimal integer solution. Furthermore, the corner divisor of the final tableau of the relaxed problem gives an upper bound for the number of additional GOMORY constraints. ■

This consideration also indicates a sound choice rule if in one step more than one GOMORY constraint are eligible (that is if there are several  $b'_{i_0}$  which are not divisible by  $d'$ ): Take among the possible GOMORY constraints the one yielding the smallest pivot term. This effects (at least on a short range optimization horizon) that the sequence of corner divisors is decreasing most rapidly.

Since the coefficients of a GOMORY constraint differ only by multiples of the actual corner divisor from the corresponding entries of the row from which the considered GOMORY constraint has been derived, it follows that part c of the theorem still remains true (and hence the all-integer property is maintained) after adding GOMORY constraints.

## 5. Conclusion

A modification of the simplex method has been presented that costs, apart from some computations with double precision, not more than the standard method does, but can achieve a considerable gain in accuracy.

## 6. References

- [Dan] DANTZIG, G. B.: Linear programming and extensions. Princeton 1963.
- [Gas] GASS, S. I.: Linear programming, methods and applications. New York 1969.
- [Gom] GOMORY, R. E.: An algorithm for integer solutions to linear programs, in: Graves, P. H.; Wolfe, P. (ed.): Recent advances in mathematical programming. New York, San Francisco, Toronto, London 1963.
- [Kah] KAHAN, W.: Lecture Notes on the Status of IEEE Standard 754 for Binary Floating-Point Arithmetic. University of California Berkeley CA. Oct. 1, 1997  
<http://www.cs.berkeley.edu/~wkahan/ieee754status/IEEE754.PDF>
- [IEEE] IEEE Standard for Binary Floating-Point Arithmetic  
IEEE 1985  
<http://754r.ucbtest.org/standards/754.pdf>
- [MMe] MÜLLER-MERBACH, H.: On round-off errors in linear programming.  
Lecture Notes in Operations Research and Mathematical Systems no. 37.  
Berlin - Heidelberg - New York 1970.
- [Nm-M] NEUMANN, K.; MORLOCK, M.: Operations Research. München 2002<sup>2</sup>.
- [Zur] ZURMÜHL, R.: Matrizen. Berlin - Heidelberg - New York 1964.
- [ZuF] ZURMÜHL, R.; FALK, S.: Matrizen 1 - Grundlagen.  
Berlin - Heidelberg - New York 1997<sup>7</sup>.



# **Beitrag zur geometrischen Synthese von Verzahnungen**

**Dipl.-Ing. Isajs Kans-Kagans**

Riga, Lettland

**Prof. Dr.-Ing. Jürgen Zech**

Georg-Simon-Ohm-Hochschule Nürnberg

## **Abstract**

In der umfangreichen Literatur (siehe beispielsweise das Literaturverzeichnis in Kap. 8), die der Geometrie der Verzahnungen gewidmet ist, sind konkrete Beispiele geometrischer Synthese von Verzahnungen kaum zu finden. Und wenn auch, dann nur für ebene Verzahnungen, d.h. für zylindrische Zahnräder mit gleichlaufenden Achsen. Damit wird aber die Vielfalt der verwendeten Verzahnungen bei weitem nicht erschöpft. Dieser Mangel an Beispielen ist durchaus nicht zufällig. Sowohl seine Gründe, als auch die Wege zu deren Beseitigung werden in der vorliegenden Abhandlung gezeigt.

Ein neuer Ansatz zur Lösung des Problems der Synthese von Verzahnungen wird dargestellt. Der grundsätzliche Unterschied des vorgeschlagenen Verfahrens von den zur Zeit bekannten besteht im völligen Verzicht auf jede Verwendung von Hüllkurven und Hüllflächen. Der Grund dazu ist, dass das oben erwähnte Problem nichts gemein hat mit der Ermittlung von Hüllkurven oder Hüllflächen.

Dadurch wird das hier dargestellte Verfahren universell anwendbar für die geometrische Berechnung von Zahnrädern mit Gerad- und Schrägverzahnung und parallelen Achsen.



## Inhaltsverzeichnis

1.	Einleitung .....	29
2.	Grundgleichungen für schrägverzahnte Räder .....	29
3.	Fourierentwicklungen für den Polarwinkel und den Polarradius eines Zahnprofils.....	36
4.	Ein Beispiel der Anwendung des allgemeinen Verfahrens .....	48
5.	Grundgleichungen für geradverzahnte Räder.....	56
6.	Über die geometrische Bedeutung der in vorigen Kapiteln abgeleiteten Gleichungen.....	64
7.	Nochmals über den Fall des kreisevolventigen Zahnprofils.....	67
8.	Literaturverzeichnis.....	70



## 1. Einleitung

Das Ziel des vorliegenden Werks ist die Entwicklung eines neuen Ansatzes zur Lösung des Problems der geometrischen Synthese von Verzahnungen. Der grundsätzliche Unterschied des vorgeschlagenen Verfahrens von den zur Zeit bekannten besteht in völligem Verzicht auf jede Verwendung von Hüllkurven und Hüllflächen. Der Grund dazu ist, dass das oben erwähnte Problem nichts gemein mit der Ermittlung von sowohl Hüllkurven als auch Hüllflächen hat.

Um uns diese Tatsache klarzumachen, betrachten wir das Problem der geometrischen Synthese einer Verzahnung zweier Schraubenzahnräder mit gleichlaufenden Achsen. Die Oberfläche jedes dieser Zahnräder soll eine Schar Schraubenlinien darstellen, die alle einen gemeinsamen Schraubengang haben, entweder alle mit Links- oder alle mit Rechtswindung sind und auf einer Schar koaxialen Drehzylinder verteilt sind.

Den Fall zweier zylindrischen Oberflächen, die als entartete (mit unendlichem Schraubengang) Schraubenflächen gedeutet werden können, betrachten wir später.

Das Problem der geometrischen Synthese einer beliebigen Verzahnung lässt sich folgendermaßen formulieren. Es gebe zwei Koordinatensysteme, von denen jedes einem dritten System gegenüber, das als fixiertes gilt, sich in bestimmter Weise bewegen kann. Dementsprechend sind einige gewisse gegenseitige Anordnungen der verschiebbaren Systeme möglich. Eine gewisse Teilmenge dieser Anordnungen werden als zulässige bezeichnet. Den Rest der Menge der möglichen Anordnungen bilden die unzulässigen Anordnungen. Ein Paar Oberflächen, von denen jede an eines der verschiebbaren Systeme starr gebunden ist, bildet eine Verzahnung genau dann, wenn die Oberflächen sich in keiner der zulässigen Anordnungen schneiden, aber sie schneiden sich in jeder unzulässigen Anordnung.

In der Regel besteht das Problem in der Ermittlung einer Oberfläche, die zusammen mit einer gegebenen Oberfläche die erforderliche Verzahnung bildet. Es ist damit gemeint, dass die oben erwähnten Mengen der zulässigen, bzw. unzulässigen gegenseitigen Anordnungen der Koordinatensysteme gegeben sind und die gesuchte Oberfläche die definierten Anforderungen erfüllen muss. Unter diesen Voraussetzungen kann die gesuchte Oberfläche i.a. nicht eindeutig bestimmt werden. Deshalb sind zusätzliche Angaben notwendig. Im betrachteten Fall sei eine gewisse Schraubenfläche gegeben und die allgemeinen Voraussetzungen durch die Annahme ergänzt, dass eine rechte bzw. linke Schraubenfläche mit einem im Voraus gegebenen Schraubengang zu ermitteln ist.

Merken wir uns jetzt, dass eine beliebige Drehung einer Schraubenfläche um ihre Achse einer entsprechenden Parallelverschiebung der Schraubenfläche längs der Achse äquivalent ist. Die Parallelverschiebung ist der Drehung direkt proportional. Das bedeutet, dass die Drehungen der eine Verzahnung bildenden Schraubenzahnräder äquivalent sind den Parallelverschiebungen dieser Räder längs ihren Achsen. Im Falle gleichlaufender Achsen müssen also die Parallelverschiebungen der beiden Räder immer ein- und dieselbe Geschwindigkeit haben, denn sonst schneiden sich die Schraubenflächen in zulässigen gegenseitigen Anordnungen oder sie schneiden sich in unzulässigen gegenseitigen Anordnungen nicht. Mit anderen Worten bleiben die beiden Schraubenflächen gegeneinander unbeweglich. Es gibt nur eine einzige zulässige gegenseitige Anordnung der beiden Schraubenflächen. Deshalb gibt es keine Oberflächenscharen und es hat keinen Sinn irgendwelche Hüllflächen oder Hüllkurven zu ermitteln.

## 2. Grundgleichungen für schrägverzahnte Räder

In diesem Kapitel werden die für die Lösung des oben erwähnten Problems notwendigen Gleichungen abgeleitet.

Nehmen wir an, dass eine Schraubenfläche in einem kartesischen Rechtssystem  $Oxyz$  durch ihre Gleichungen

$$\begin{cases} x = \rho(\zeta) \cos\left(\zeta + \frac{2\pi}{T} z\right) \\ y = \rho(\zeta) \sin\left(\zeta + \frac{2\pi}{T} z\right) \\ z = z \end{cases} \quad (2.1)$$

definiert ist. In (2.1) sind  $\zeta$  und  $z$  zwei unabhängige Parameter.

Wenn der durch  $\zeta$  bezeichnete Winkel traditionell im entgegengesetzten Sinne des Uhrzeigers gemessen wird, entsprechen den positiven  $T$ -Werten Schraubenflächen mit Rechtswindung, den negativen  $T$ -Werten aber Schraubenflächen mit Linkswindung.

Die Funktion  $\rho = \rho(\zeta)$ , die eine geschlossene Kurve beschreibt, ist jedenfalls periodisch. Es sei  $n$  die größte ganze Zahl, für die die Identität  $\rho(\zeta) \equiv \rho\left(\zeta + \frac{2\pi}{n}\right)$  gilt. Dann ist  $\frac{2\pi}{n}$  der kleinste der Winkel mit der Eigenschaft, dass das Ergebnis jeder Drehung der Schraubenfläche (2.1) um die  $Oz$  Achse um einen beliebigen dieser Winkel dieselbe Schraubenfläche (2.1) ist. Andererseits entspricht einer Drehung um den Winkel  $\frac{2\pi}{n}$  eine Verschiebung der Schraubenfläche (2.1) um  $\pm \frac{T}{n}$  Einheiten längs der  $Oz$  Achse. Es ist dem Betrag nach die kleinste der Verschiebungen, die die Schraubenfläche (2.1) auf sich selbst abbilden. Nehmen wir jetzt die Schraubenfläche (2.1) als gegebene an.

Die gesuchte Schraubenfläche sei durch ihre Gleichungen

$$\begin{cases} x_1 = \rho_1(\zeta_1) \cos\left(\zeta_1 + \frac{2\pi}{T_1} z_1\right) \\ y_1 = \rho_1(\zeta_1) \sin\left(\zeta_1 + \frac{2\pi}{T_1} z_1\right) \\ z_1 = z_1 \end{cases} \quad (2.2)$$

im kartesischen Rechtssystem  $O_1x_1y_1z_1$  definiert, wobei

$$\begin{cases} x_1 = x - L \\ y_1 = y \\ z_1 = z \end{cases} \quad (2.3)$$

Hier sind  $\zeta_1$  und  $z_1$  wieder unabhängige Parameter. Der Winkel  $\zeta_1$  wird im entgegengesetzten Sinne des Uhrzeigers gemessen.

Nehmen wir jetzt an, dass jeder Drehung der Schraubenfläche (2.1) um die  $Oz$  Achse um einen Winkel  $\varphi$  eine Drehung der Schraubenfläche (2.2) um die  $O_1z_1$  Achse um einen gewissen Winkel  $k\varphi$  mit konstantem (von  $\varphi$  unabhängigem) Faktor  $k$  entsprechen soll. Dabei sollen die zwei Schraubenflächen gegenseitig unbeweglich bleiben, d.h. längs ihren Achsen gleich verschoben werden. Daher folgt, dass die die Verzahnung bildenden Schraubenzahnräder im Falle gleicher Vorzeichen der Größen  $T$  und  $T_1$  (wenn also die beiden Schraubenflächen Rechts- bzw. Linksschrauben sind) in derselben Richtung rotieren müssen. Andernfalls müssen die Schraubenzahnräder in entgegengesetzten Richtungen rotieren.

Nun sei  $n_1$  die größte ganze Zahl, für die die Identität  $\rho_1(\zeta_1) \equiv \rho_1\left(\zeta_1 + \frac{2\pi}{n_1}\right)$  gilt. Solch eine Zahl existiert immer,

da die Funktion  $\rho_1(\zeta_1)$  periodisch sein muss. Dann ist  $\pm \frac{T_1}{n_1}$  dem Betrag nach die kleinste der Verschiebungen der Schraubenfläche (2.2) längs der  $O_1z_1$  Achse, die diese Schraubenfläche auf sich selbst abbilden.

Da die Schraubenflächen (2.1) und (2.2) eine Verzahnung bilden, d.h. gegenseitig unbeweglich bleiben sollen, müssen die Gleichheiten

$$\left|\frac{T}{n}\right| = \left|\frac{T_1}{n_1}\right| \Rightarrow \left|\frac{T}{T_1}\right| = \left|\frac{n}{n_1}\right| \quad (2.4)$$

stattfinden. Außerdem muss die Gleichheit

$$\frac{T\varphi}{2\pi} = \frac{T_1 k \varphi}{2\pi} \quad (2.5)$$

bei allen  $\varphi$  gelten.

Aus den Beziehungen (2.4) und (2.5) folgt

$$|k| = \left| \frac{T}{T_1} \right| = \left| \frac{n}{n_1} \right| \quad (2.6)$$

Da  $n$  und  $n_1$  nichts anderes als die Zähnezahlen der den Schraubenflächen (2.1) und (2.2) entsprechenden Schraubenzahnräder sind, heißt (2.6), dass die Übersetzung einer Verzahnung bis auf das Vorzeichen mit dem Verhältnis der Zähnezahlen übereinstimmt. Das ist freilich eine längst bekannte Tatsache.

Die Schraubenfläche (2.2) muss eine Schar von Schraubenlinien darstellen, deren gemeinsame Achse die Achse  $O_1 z_1$  sein soll, die alle denselben Schraubengang  $T_1$  haben und entweder alle mit Rechtswindung oder alle mit Linkswindung sein müssen. Dabei soll mindestens eine dieser Schraubenlinien die Schraubenfläche (2.1) berühren, aber keine von denen darf diese Schraubenfläche schneiden.

Berührt irgendeine Linie die Schraubenfläche (2.1) im Punkt  $M_0(\zeta_0, z_0)$ , so liegt die Tangente an die betrachtete Linie zum Punkt  $M_0$  in der Tangentialebene an die Schraubenfläche (2.1) zum Punkt  $M_0$ . Diese Tangentialebene wird eindeutig durch zwei ihr gehörende nichtkollineare Vektoren bestimmt. Wir wählen für diesen Zweck die Vektoren  $\left\{ \frac{\partial x}{\partial z}, \frac{\partial y}{\partial z}, \frac{\partial z}{\partial z} \right\}$  und  $\left\{ \frac{\partial x}{\partial \zeta}, \frac{\partial y}{\partial \zeta}, \frac{\partial z}{\partial \zeta} \right\}$  aus, wobei die partiellen Ableitungen im Punkt  $M_0$  zu nehmen sind.

Aus den Gleichungen (2.1) folgt

$$\begin{cases} \frac{\partial x}{\partial \zeta} = \rho'(\zeta) \cos\left(\zeta + \frac{2\pi}{T} z\right) - \rho(\zeta) \sin\left(\zeta + \frac{2\pi}{T} z\right) \\ \frac{\partial y}{\partial \zeta} = \rho'(\zeta) \sin\left(\zeta + \frac{2\pi}{T} z\right) + \rho(\zeta) \cos\left(\zeta + \frac{2\pi}{T} z\right) \\ \frac{\partial z}{\partial \zeta} = 0 \end{cases} \quad (2.7)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial x}{\partial z} = -\frac{2\pi}{T} \rho(\zeta) \sin\left(\zeta + \frac{2\pi}{T} z\right) \\ \frac{\partial y}{\partial z} = \frac{2\pi}{T} \rho(\zeta) \cos\left(\zeta + \frac{2\pi}{T} z\right) \\ \frac{\partial z}{\partial z} = 1 \end{cases} \quad (2.8)$$

Hieraus ergeben sich zwei nichtkollineare Vektoren, die die Tangentialebene zum Punkt  $M_0$  der Schraubenfläche (2.1) bestimmen, und zwar

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho'(\zeta_0) \cos\left(\zeta_0 + \frac{2\pi}{T} z_0\right) - \rho(\zeta_0) \sin\left(\zeta_0 + \frac{2\pi}{T} z_0\right) \\ \rho'(\zeta_0) \sin\left(\zeta_0 + \frac{2\pi}{T} z_0\right) + \rho(\zeta_0) \cos\left(\zeta_0 + \frac{2\pi}{T} z_0\right) \\ 0 \end{array} \right\}, \left\{ \begin{array}{l} -\frac{2\pi}{T} \rho(\zeta_0) \sin\left(\zeta_0 + \frac{2\pi}{T} z_0\right) \\ \frac{2\pi}{T} \rho(\zeta_0) \cos\left(\zeta_0 + \frac{2\pi}{T} z_0\right) \\ 1 \end{array} \right\} \quad (2.9)$$

Berührt eine der die Schraubenfläche (2.2) bildenden Schraubenlinien im Punkt  $M_0(\zeta_0, z_0)$  die Schraubenfläche (2.1), so ist ein Richtungsvektor  $\vec{r}$  der Tangente an diese Schraubenlinie zum Punkt  $M_0$  zu zwei Vektoren (2.9) komplanar, d.h. das Spatprodukt dieser drei Vektoren ist Null. Wir ermitteln jetzt die Ausdrücke für die Koordinaten des oben erwähnten Vektors  $\vec{r}$ .

Der Radius  $r_0$  des Drehzylinders, auf dem die Schraubenlinie, die der die Schraubenfläche (2.2) bildenden Schar gehört und durch den Punkt  $M_0$  geht, liegt, ist der Entfernung des Punkts  $M_0$  von der Achse  $O_1z_1$  gleich, nämlich

$$\begin{aligned} r_0 &= \sqrt{\left[ L - \rho(\zeta_0) \cos\left(\zeta_0 + \frac{2\pi}{T} z_0\right) \right]^2 + \left[ \rho(\zeta_0) \sin\left(\zeta_0 + \frac{2\pi}{T} z_0\right) \right]^2} = \\ &= \sqrt{L^2 + \rho^2(\zeta_0) - 2L\rho(\zeta_0) \cos\left(\zeta_0 + \frac{2\pi}{T} z_0\right)}. \end{aligned} \quad (2.10)$$

Den Anstieg  $\vartheta$  der entsprechenden Schraubenlinie ermittelt man aus der Beziehung

$$\tan \vartheta = \frac{T_1}{2\pi r_0} = \frac{T_1}{2\pi \sqrt{L^2 + \rho^2(\zeta_0) - 2L\rho(\zeta_0) \cos\left(\zeta_0 + \frac{2\pi}{T} z_0\right)}}, \quad (2.11)$$

woher folgt

$$\cos \vartheta = \frac{2\pi \sqrt{L^2 + \rho^2(\zeta_0) - 2L\rho(\zeta_0) \cos\left(\zeta_0 + \frac{2\pi}{T} z_0\right)}}{\sqrt{4\pi^2 \left[ L^2 + \rho^2(\zeta_0) - 2L\rho(\zeta_0) \cos\left(\zeta_0 + \frac{2\pi}{T} z_0\right) \right] + T_1^2}} \quad (2.12)$$

$$\sin \vartheta = \frac{T_1}{\sqrt{4\pi^2 \left[ L^2 + \rho^2(\zeta_0) - 2L\rho(\zeta_0) \cos\left(\zeta_0 + \frac{2\pi}{T} z_0\right) \right] + T_1^2}} \quad (2.13)$$

Die Koordinaten des Punkts  $M_0$  im Koordinatensystem  $O_1x_1y_1z_1$  erhält man, indem man in den Gleichungen (2.2)  $\rho_1(\zeta_1)$  durch  $r_0$ ,  $z_1$  durch  $z_0$  und den Ausdruck  $\zeta_1 + \frac{2\pi}{T_1} z_1$  durch den Winkel (für eine Außenverzahnung)

$$\zeta_{10} = \arctan \frac{\rho(\zeta_0) \sin\left(\zeta_0 + \frac{2\pi}{T} z_0\right)}{\rho(\zeta_0) \cos\left(\zeta_0 + \frac{2\pi}{T} z_0\right) - L} + \pi \quad (2.14)$$

ersetzt.

Es ergibt sich aus (2.14)

$$\cos \zeta_{10} = \frac{\rho(\zeta_0) \cos\left(\zeta_0 + \frac{2\pi}{T} z_0\right) - L}{\sqrt{L^2 + \rho^2(\zeta_0) - 2L\rho(\zeta_0) \cos\left(\zeta_0 + \frac{2\pi}{T} z_0\right)}} \quad (2.15)$$

$$\sin \zeta_{10} = \frac{\rho(\zeta_0) \sin\left(\zeta_0 + \frac{2\pi}{T} z_0\right)}{\sqrt{L^2 + \rho^2(\zeta_0) - 2L\rho(\zeta_0) \cos\left(\zeta_0 + \frac{2\pi}{T} z_0\right)}} \quad (2.16)$$

Der Vektor  $\vec{r}$  ist dem Vektor  $\{-\cos\vartheta \sin\zeta_{10}, \cos\vartheta \cos\zeta_{10}, \sin\vartheta\}$  kollinear. Man kann deshalb annehmen, dass

$$\vec{r} = \begin{pmatrix} -2\pi \rho(\zeta_0) \sin\left(\zeta_0 + \frac{2\pi}{T} z_0\right) \\ 2\pi \left[ \rho(\zeta_0) \cos\left(\zeta_0 + \frac{2\pi}{T} z_0\right) - L \right] \\ T_1 \end{pmatrix} \quad (2.17)$$

Die Bedingung der Komplanarität der Vektoren (2.9) und des Vektors  $\vec{r}$  lässt sich nun folgendermaßen schreiben:

$$\begin{vmatrix} \rho(\zeta_0) \sin\left(\zeta_0 + \frac{2\pi}{T} z_0\right) & \rho(\zeta_0) \sin\left(\zeta_0 + \frac{2\pi}{T} z_0\right) & \rho(\zeta_0) \sin\left(\zeta_0 + \frac{2\pi}{T} z_0\right) - \rho'(\zeta_0) \cos\left(\zeta_0 + \frac{2\pi}{T} z_0\right) \\ \rho(\zeta_0) \cos\left(\zeta_0 + \frac{2\pi}{T} z_0\right) - L & \rho(\zeta_0) \cos\left(\zeta_0 + \frac{2\pi}{T} z_0\right) & \rho(\zeta_0) \cos\left(\zeta_0 + \frac{2\pi}{T} z_0\right) + \rho'(\zeta_0) \sin\left(\zeta_0 + \frac{2\pi}{T} z_0\right) \\ \frac{T_1}{2\pi} & \frac{T}{2\pi} & 0 \end{vmatrix} = 0 \quad (2.18)$$

Nach einfachen Umformungen kommt man von der Gleichung (2.18) zur Gleichung

$$\frac{T_1 - T}{T} \rho'(\zeta_0) \rho(\zeta_0) + L \left[ \rho'(\zeta_0) \cos\left(\zeta_0 + \frac{2\pi}{T} z_0\right) - \rho(\zeta_0) \sin\left(\zeta_0 + \frac{2\pi}{T} z_0\right) \right] = 0 \quad (2.19)$$

Anmerkung: Man achte auf die Vorzeichen der Größen  $T$  und  $T_1$  !

Ersetzt man in (2.19)  $\zeta_0$  und  $z_0$  durch entsprechende laufende Werte dieser Parameter, so erhält man die Gleichung

$$\frac{T_1 - T}{T} \rho'(\zeta) \rho(\zeta) + L \left[ \rho'(\zeta) \cos\left(\zeta + \frac{2\pi}{T} z\right) - \rho(\zeta) \sin\left(\zeta + \frac{2\pi}{T} z\right) \right] = 0 \quad (2.20)$$

Die Gleichung (2.20) beschreibt die Menge der Punkte, in denen die Schraubenfläche (2.2) die Schraubenfläche (2.1) berühren kann.<sup>1</sup> Aus der Gleichung (2.20) kann  $z$  ausgedrückt werden, und zwar

<sup>1</sup> Die Berührung muss aber nicht unbedingt in allen Punkten der durch die Gleichung (2.20) beschriebenen Menge stattfinden.

$$\begin{aligned}
 & \frac{\rho(\zeta)}{\sqrt{[\rho(\zeta)]^2 + [\rho'(\zeta)]^2}} \sin\left(\zeta + \frac{2\pi}{T} z\right) - \frac{\rho'(\zeta)}{\sqrt{[\rho(\zeta)]^2 + [\rho'(\zeta)]^2}} \cos\left(\zeta + \frac{2\pi}{T} z\right) = \\
 & = \frac{T_1 - T}{T L \sqrt{[\rho(\zeta)]^2 + [\rho'(\zeta)]^2}} \rho'(\zeta) \rho(\zeta) \\
 & \sin\left[\zeta + \frac{2\pi}{T} z - \operatorname{arctg} \frac{\rho'(\zeta)}{\rho(\zeta)}\right] = \frac{T_1 - T}{T L \sqrt{[\rho(\zeta)]^2 + [\rho'(\zeta)]^2}} \rho'(\zeta) \rho(\zeta) \quad (2.21)
 \end{aligned}$$

Die Gleichung (2.21) ist genau dann lösbar, wenn die Ungleichheit

$$\left| \frac{T_1 - T}{T L \sqrt{[\rho(\zeta)]^2 + [\rho'(\zeta)]^2}} \rho'(\zeta) \rho(\zeta) \right| \leq 1 \quad (2.22)$$

erfüllt ist. Ist (2.22) erfüllt, so ergibt sich aus (2.21)

$$z = \frac{T}{2\pi} \left\{ \arcsin \left[ \frac{T_1 - T}{T L \sqrt{[\rho(\zeta)]^2 + [\rho'(\zeta)]^2}} \rho'(\zeta) \rho(\zeta) \right] + \arctan \frac{\rho'(\zeta)}{\rho(\zeta)} - \zeta \right\}$$

Für den Wert  $\zeta_0$  des Parameters  $\zeta$  sei ein ihm entsprechender Wert  $z_0$  des Parameters  $z$  gefunden. Dann berühren sich im Punkt  $M_0(\zeta_0, z_0)$  die Schraubenfläche (2.1) und die Schraubenlinie, deren Gleichungen im Koordinatensystem  $O_1 x_1 y_1 z_1$

$$\begin{cases} x_1 = r_0 \cos \zeta_1 \\ y_1 = r_0 \sin \zeta_1 \\ z_1 = \frac{T_1}{2\pi} (\zeta_1 - \zeta_{10}) + z_0 \end{cases} \quad (2.23)$$

sind.

In den Gleichungen (2.23) muss  $r_0$  durch den rechten Teil der Formel (2.10),  $\zeta_{10}$  aber durch den rechten Teil der Formel (2.14) ersetzt sein, wobei in beiden Fällen die entsprechenden Werte der Parameter  $\zeta_0$  und  $z_0$  substituiert sein sollen. Die Größe  $\zeta_1$  in den Gleichungen (2.23) ist ein unabhängiger Parameter.

Um zu ermitteln, ob die Schraubenlinie (2.23) die Schraubenfläche (2.1) schneidet, formen wir die Gleichungen (2.23) so um, dass  $z_1$  den unabhängigen Parameter darstellt:

$$\begin{cases} x_1 = r_0 \cos \left[ \frac{2\pi}{T_1} (z_1 - z_0) + \zeta_{10} \right] \\ y_1 = r_0 \sin \left[ \frac{2\pi}{T_1} (z_1 - z_0) + \zeta_{10} \right] \\ z_1 = z_1 \end{cases} \quad (2.24)$$

Alle übrigen Bezeichnungen behalten ihren früheren Sinn. Wenn die Schraubenlinie (2.24) die Schraubenfläche (2.1) schneidet, ergeben sich die Koordinaten der Durchstoßpunkte aus dem Gleichungssystem, wobei auf die Vorzeichen der Größen  $T$  und  $T_1$  geachtet werden soll:

$$\begin{cases} \rho(\zeta) \cos\left(\zeta + \frac{2\pi}{T} z\right) = r_0 \cos\left[\frac{2\pi}{T_1}(z - z_0) + \zeta_{10}\right] + L \\ \rho(\zeta) \sin\left(\zeta + \frac{2\pi}{T} z\right) = r_0 \sin\left[\frac{2\pi}{T_1}(z - z_0) + \zeta_{10}\right] \end{cases} \quad (2.25)$$

Erhebt man sowohl die rechten als auch die linken Teile der Gleichungen (2.25) ins Quadrat und addiert anschließend die Gleichungen miteinander, so erhält man die Beziehung

$$[\rho(\zeta)]^2 = r_0^2 + L^2 + 2Lr_0 \cos\left[\frac{2\pi}{T_1}(z - z_0) + \zeta_{10}\right],$$

woraus folgt

$$z = \frac{T_1}{2\pi} \left\{ \arccos \frac{[\rho(\zeta)]^2 - r_0^2 - L^2}{2Lr_0} - \zeta_{10} \right\} + z_0.$$

Substituiert man jetzt den rechten Teil dieser Beziehung in die zweite der Gleichungen (2.25), so erhält man die Gleichung

$$\rho(\zeta) \cos\left\{ \zeta + \frac{T_1}{T} \left[ \arccos \frac{[\rho(\zeta)]^2 - r_0^2 - L^2}{2Lr_0} - \zeta_{10} \right] + \frac{2\pi}{T} z_0 \right\} = \frac{[\rho(\zeta)]^2 - r_0^2 + L^2}{2L} \quad (2.26)$$

bezüglich  $\zeta$ . Besitzt diese Gleichung einige Wurzeln im Bereich  $0 < \zeta < 2\pi$ , so schneidet die Schraubenlinie (2.23) die Schraubenfläche (2.1) und muss deshalb als untaugliche erkannt werden. Andernfalls darf die Schraubenlinie (2.23) in die Schar die Schraubenfläche (2.2) bildenden Schraubenlinien eingeschlossen sein. Das Problem, ob sich die Schraubenflächen (2.1) und (2.2) in jeder unzulässigen gegenseitigen Anordnung schneiden, kann erst dann gelöst werden, wenn alle tauglichen Schraubenlinien gefunden worden sind. Dies ist darauf zurück zu führen, dass wenn in einer der unzulässigen gegenseitigen Anordnungen die Schraubenlinie (2.23) die Schraubenfläche (2.1) nicht schneidet, so kann dies doch für eine andere der die Schraubenfläche (2.2) bildenden Schraubenlinien der Fall sein. Es wird aber nicht gefordert, dass in jeder unzulässigen gegenseitigen Anordnung alle die Schraubenfläche (2.2) bildenden Schraubenlinien die Schraubenfläche (2.1) schneiden.

Wir nehmen an, dass  $N$  taugliche Schraubenlinien ermittelt und durch entsprechende Gleichungssysteme ( $i = 1, 2, \dots, N$ )

$$\begin{cases} x_1 = r_{0i} \cos\left[\frac{2\pi}{T_1}(z_1 - z_{0i}) + \zeta_{10i}\right] \\ y_1 = r_{0i} \sin\left[\frac{2\pi}{T_1}(z_1 - z_{0i}) + \zeta_{10i}\right] \\ z_1 = z_1 \end{cases} \quad (2.27)$$

definiert sind. Nimmt man in allen diesen Systemen für den Parameter  $z_1$  einen und denselben Wert, so erhält man die Koordinaten  $N$  Punkte eines Stirnquerschnitts der Schraubenfläche (2.2). Geht man von den Gleichungssystemen ( $i = 1, 2, \dots, N$ )

$$\begin{cases} x_1 = r_{0i} \cos \zeta_1 \\ y_1 = r_{0i} \sin \zeta_1 \\ z_1 = \frac{T_1}{2\pi} (\zeta_1 - \zeta_{10i}) + z_{0i} \end{cases} \quad (2.28)$$

mit dem Parameter  $\zeta_1$  aus und nimmt man in allen Systemen einen und denselben Wert für diesen Parameter, so erhält man die Koordinaten  $N$  Punkte eines Axialquerschnitts der Schraubenfläche (2.2).

Es ist glaubenswert, dass bei einer genügend großen Zahl  $N$  die Schraubenfläche (2.2) mittels dieser Punkte mit hinreichender Genauigkeit wiederaufgebaut sein kann. Eine wesentliche Anmerkung soll hinzugefügt sein: die Menge der gefundenen Schraubenlinien kann durch eine beliebige Menge von Schraubenlinien ergänzt werden, von denen jede alle an die die Schraubenfläche (2.2) bildenden Schraubenlinien gestellten Forderungen erfüllt, aber keine die Schraubenfläche (2.1) schneidet. Die Bedeutung dieser Anmerkung liegt darin, dass eben diese zusätzlichen Schraubenlinien die Schraubenfläche (2.1) möglicherweise in jenen unzulässigen gegenseitigen Anordnungen schneiden, in denen die anderen Schraubenlinien sie nicht schneiden können.

### 3. Fourierentwicklungen für den Polarwinkel und den Polarradius eines Zahnprofils

Die zweite wesentliche Besonderheit dieses Werks rührt von der Vermutung her, dass Fourierreihen das am besten für analytische Beschreibung der Geometrie eines Zahnrades geeignete, wie von der Natur selbst dafür erschaffene Mittel sind. Nämlich mittels einer Fourierentwicklung kann das ganze Profil des Zahnrades beschrieben werden. Diese Möglichkeit behalten wir fernerhin stets im Auge. Eben Fourierentwicklungen sollen am meisten die im vorigen Abschnitt als  $\rho(\zeta)$  bzw.  $\rho_1(\zeta_1)$  bezeichneten Funktionen darstellen.

Als erstes Beispiel betrachten wir die Fourierentwicklung für das Profil einer Zahnstange. Dabei soll das Profil eines Zahnes eine Symmetrieachse haben. Wird der Koordinatenursprung auf einer dieser Symmetrieachsen gewählt, so stellt das Profil der Zahnstange das Bild einer geraden periodischen Funktion dar, deren Fourierreihe die Form

$$\frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos kx \quad (3.1)$$

hat.

Im allgemeinen Falle soll eine solche Funktion die Periode  $T$  haben und durch die Ausdrücke

$$f(x) = \begin{cases} H & , \text{ wenn } 0 \leq x < a \text{ ist} \\ H - \frac{H-h}{b-a}(x-a) & , \text{ wenn } a \leq x < b \text{ ist} \\ h & , \text{ wenn } b \leq x < \frac{T}{2} \text{ ist} \end{cases} \quad (3.2)$$

definiert sein. So gilt für die Fourierkoeffizienten

$$a_k = \frac{4}{T} \int_0^{T/2} f(x) \cos \left( k \frac{2\pi x}{T} \right) dx \quad (k = 0, 1, 2, \dots)$$

Hieraus ergibt sich

$$\begin{aligned}
 a_0 &= \frac{4}{T} \left[ Hb - \frac{H-h}{b-a} \int_a^b (x-a) dx + h \left( \frac{T}{2} - b \right) \right] = \frac{4}{T} \left[ Hb - \frac{H-h}{b-a} \frac{(b-a)^2}{2} + h \left( \frac{T}{2} - b \right) \right] = \\
 &= \frac{4}{T} \frac{2Hb - Hb + hb + Ha - ha + hT - 2hb}{2} = \frac{4}{T} \frac{(H-h)(a+b) + hT}{2} = \frac{2}{T} [(H-h)(a+b) + hT]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 a_k &= \frac{4}{T} \int_0^{T/2} f(x) \cos \left( k \frac{2\pi x}{T} \right) dx = \\
 &= \frac{4}{T} \left[ H \int_0^a \cos \left( k \frac{2\pi x}{T} \right) dx + \frac{Hb-ha}{b-a} \int_a^b \cos \left( k \frac{2\pi x}{T} \right) dx - \right. \\
 &\quad \left. - \frac{H-h}{b-a} \int_a^b x \cos \left( k \frac{2\pi x}{T} \right) dx + h \int_b^{T/2} \cos \left( k \frac{2\pi x}{T} \right) dx \right]
 \end{aligned}$$

$$\int_0^a \cos \left( k \frac{2\pi x}{T} \right) dx = \frac{T}{2k\pi} \sin \left( \frac{2\pi k}{T} a \right)$$

$$\int_a^b \cos \left( k \frac{2\pi x}{T} \right) dx = \frac{T}{2k\pi} \left[ \sin \left( \frac{2\pi k}{T} b \right) - \sin \left( \frac{2\pi k}{T} a \right) \right]$$

$$\int_b^{T/2} \cos \left( k \frac{2\pi x}{T} \right) dx = -\frac{T}{2k\pi} \sin \left( \frac{2\pi k}{T} b \right)$$

$$\begin{aligned}
 \int_a^b x \cos \left( k \frac{2\pi x}{T} \right) dx &= \frac{T}{2k\pi} \left[ b \sin \left( \frac{2\pi k}{T} b \right) - a \sin \left( \frac{2\pi k}{T} a \right) \right] - \frac{T}{2k\pi} \int_a^b \sin \left( k \frac{2\pi x}{T} \right) dx = \\
 &= \frac{T}{2k\pi} \left[ b \sin \left( \frac{2\pi k}{T} b \right) - a \sin \left( \frac{2\pi k}{T} a \right) \right] + \frac{T^2}{4k^2\pi^2} \left[ \cos \left( \frac{2\pi k}{T} b \right) - \cos \left( \frac{2\pi k}{T} a \right) \right]
 \end{aligned}$$

Setzt man in den Ausdruck für  $a_k$  anstelle der Integrale die eben erst ermittelten Formeln ein, so ergibt sich für  $k = 1, 2, \dots$

$$\begin{aligned}
 a_k &= \frac{4}{T} \left\{ \frac{T}{2k\pi} H \sin \left( \frac{2\pi k}{T} a \right) + \frac{T}{2k\pi} \frac{Hb-ha}{b-a} \left[ \sin \left( \frac{2\pi k}{T} b \right) - \sin \left( \frac{2\pi k}{T} a \right) \right] - \right. \\
 &\quad \left. \frac{T}{2k\pi} \frac{H-h}{b-a} \left\{ b \sin \left( \frac{2\pi k}{T} b \right) - a \sin \left( \frac{2\pi k}{T} a \right) + \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. \frac{T}{2k\pi} \left[ \cos \left( \frac{2\pi k}{T} b \right) - \cos \left( \frac{2\pi k}{T} a \right) \right] \right\} - \frac{T}{2k\pi} h \sin \left( \frac{2\pi k}{T} b \right) \right\} =
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{T}{k^2 \pi^2} \frac{H-h}{b-a} \left[ \cos\left(\frac{2\pi k}{T} a\right) - \cos\left(\frac{2\pi k}{T} b\right) \right] = \\
 &= \frac{2T}{k^2 \pi^2} \frac{H-h}{b-a} \sin\left[\frac{\pi k}{T}(b+a)\right] \sin\left[\frac{\pi k}{T}(b-a)\right].
 \end{aligned}$$

Das endgültige Ergebnis ist

$$\begin{aligned}
 f(x) &= \frac{(H-h)(a+b) + Th}{T} + \\
 &\frac{2T}{\pi^2} \frac{H-h}{b-a} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2} \sin\left[\frac{\pi k}{T}(b+a)\right] \sin\left[\frac{\pi k}{T}(b-a)\right] \cos\left(\frac{2\pi k}{T} x\right) \quad (3.3)
 \end{aligned}$$

Handelt es sich um das Bezugsprofil der genormten Zahnstange des Moduls  $m$ , so wählen wir als  $y$ -Achse die Zahnmittellinie, als  $x$ -Achse aber die Profilbezugslinie. Dann gelten für das Profil die folgenden Formeln

$$y(x) = \begin{cases} m & , \text{ wenn } 0 \leq x < 0,4214279 m \text{ ist} \\ 2,157864 m - 2,7474774 x & , \text{ wenn } 0,4214279 m \leq x < 1,240361 m \text{ ist} \\ -1,25 m & , \text{ wenn } 1,240361 m \leq x < 1,570796 m \text{ ist} \end{cases} \quad (3.4)$$

Die Periode der Funktion  $y(x)$  ist  $\pi m$ . Die entsprechende Fourierreihe ist

$$y(x) = m \left[ -0,05983134 + 1,7490984 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin(1,661789 k) \sin(0,8189331 k)}{k^2} \cos\left(\frac{2k}{m} x\right) \right]. \quad (3.5)$$

Im Falle eines Zahnrades wird das Problem etwas komplizierter, denn der Radiusvektor des Zahnprofils darf auch eine mehrdeutige Funktion des Polarwinkels sein. Diese Schwierigkeit räumt man aus dem Wege indem man den expliziten Rechenausdruck des Radiusvektors als Funktion des Polarwinkels durch Parameterdarstellungen des Radiusvektors und des Polarwinkels ersetzt. Am besten geeignet für die Aufgabe solch eines Parameters scheint die Länge des Bogens des Profils zu sein. Sowohl der Radiusvektor als auch der Polarwinkel sind eindeutige Funktionen dieser Länge. In den meisten Interesse erweckenden Fällen kann der Radiusvektor als eine gerade periodische Funktion des Parameters und folglich in der Form der Fourierreihe (3.1) dargestellt werden. Der Polarwinkel ist dagegen keine periodische Funktion der Länge des Bogens. Wenn aber der Radiusvektor eine periodische Funktion dieses Parameters ist, gilt das auch für die Ableitung des Polarwinkels nach demselben Parameter, wobei die Perioden der beiden Funktionen übereinstimmen. So kann auch diese Ableitung in der Form (3.1) dargestellt werden. Integriert man die entsprechende Fourierreihe gliedweise, so erhält man eine Entwicklung für den Polarwinkel.

Die Anwendung dieses Verfahrens wird am Beispiel einer Kreisevolvente, und zwar des dem Bezugsprofil entsprechenden Zahnprofils eines Stirnrades mit der Zähnezah 45, demonstriert. Die Wahl dieser Zähnezah ist darauf zurückzuführen, dass der Radius des Grundkreises in diesem Falle kleiner als der des Fußkreises ist. Das bedeutet, dass der Zahn theoretisch keine Fußrundung zu haben braucht, und dass das Profil aus einem einzigen Bogen der Evolvente bestehen kann.<sup>2</sup>

Wir wählen die folgende parametrische Darstellung der Evolvente des Kreises mit dem Radius  $r$  in einem kartesischen Koordinatensystem mit dem Ursprung im Mittelpunkt  $O$  des Kreises:

<sup>2</sup> Tatsächlich gibt es eine Fußrundung (auch theoretisch) immer, wenn der Zahn mit einem der Wälzverfahren hergestellt wird. Die Form der Rundung hängt aber i.a. von der Wahl des Wälzverfahrens ab.

$$\begin{cases} x = r(\cos \phi + \phi \sin \phi) \\ y = r(\sin \phi - \phi \cos \phi) \end{cases} \quad (3.6)$$

wobei  $\phi$  den Wälzwinkel bezeichnet. Entspricht ein Punkt der Evolvente dem Wert  $\phi$  des Wälzwinkels, so ist der Radiusvektor des Punkts

$$\rho(\phi) = r\sqrt{1 + \phi^2} \quad (3.7)$$

und der entsprechende Polarwinkel

$$\zeta(\phi) = \phi - \arctan \phi. \quad (3.8)$$

Daraufhin ergibt sich

$$\frac{dx}{d\phi} = r\phi \cos \phi, \quad \frac{dy}{d\phi} = r\phi \sin \phi,$$

und daraus das Differential der Bogenlänge der Kreisevolvente

$$dl = \sqrt{\left(\frac{dx}{d\phi}\right)^2 + \left(\frac{dy}{d\phi}\right)^2} d\phi = r\phi d\phi$$

Die Länge des Bogens der Kreisevolvente (3.6) zwischen den Punkten mit den Werten  $\phi_0$  und  $\phi$  des Wälzwinkels beträgt somit

$$l = r \int_{\phi_0}^{\phi} t dt = \frac{r}{2} (\phi^2 - \phi_0^2). \quad (3.9)$$

Jetzt wird es möglich, den Polarwinkel und den Radiusvektor eines beliebigen Punkts der Evolvente durch die Länge eines sich an diesen Punkt schließenden Bogens auszudrücken. Die Länge  $l$  des Bogens soll von dem dem Wälzwinkel  $\phi_0$  entsprechenden Punkt der Evolvente gemessen werden. Aus (3.9) folgt dann

$$\phi = \sqrt{\frac{2l}{r} + \phi_0^2} \quad (3.10)$$

$$\rho(l) = r\sqrt{1 + \frac{2l}{r} + \phi_0^2} \quad (3.11)$$

$$\zeta(l) = \sqrt{\frac{2l}{r} + \phi_0^2} - \arctan \sqrt{\frac{2l}{r} + \phi_0^2}. \quad (3.12)$$

In den Formeln (3.10)–(3.12) nimmt man die positiven Werte der Quadratwurzeln. Der Radius des Teilkreises eines Stirnrades des Moduls  $m$  mit der Zähnezahl 45 ist

$$r_t = \frac{45m}{2} = 22,5m. \quad (3.13)$$

Der Radius des Grundkreises dieses Stirnrades ist

$$r = 22,5m \cos 20^\circ \approx 21,143084m. \quad (3.14)$$

Der Radius des Fußkreises ist

$$r_1 = 22,5 \text{ m} - 1,25 \text{ m} = 21,25 \text{ m}. \quad (3.15)$$

Den Wälzwinkel der einem zu dem Fußkreis gehörenden Punkt der Evolvente entspricht findet man aus der Gleichung

$$21,25 \text{ m} = 21,143084 \text{ m} \sqrt{1 + \phi_0^2},$$

woraus

$$\phi_0 = \sqrt{\left(\frac{21,25}{21,143084}\right)^2 - 1} \approx 0,1006933.$$

Der diesem Punkt entsprechende Polarwinkel ist

$$\zeta(\phi_0) = \phi_0 - \arctan \phi_0 \approx 0,1006933 - \arctan 0,1006933 \approx 0,0003383.$$

Den Wälzwinkel der einem zu dem Kopfkreis gehörenden Punkt der Evolvente entspricht findet man aus der Gleichung

$$(22,5 + 1) \text{ m} = 21,143084 \text{ m} \sqrt{1 + \phi_1^2},$$

woraus

$$\phi_1 = \sqrt{\left(\frac{23,5}{21,143084}\right)^2 - 1} \approx 0,4851553.$$

Der entsprechende Polarwinkel ist

$$\zeta(\phi_1) = \phi_1 - \arctan \phi_1 \approx 0,4851553 - \arctan 0,4851553 \approx 0,03345383.$$

Den Wälzwinkel der einem zu dem Teilkreis gehörenden Punkt der Evolvente entspricht findet man aus der Gleichung

$$22,5 \text{ m} = 21,143084 \text{ m} \sqrt{1 + \phi_t^2},$$

woraus

$$\phi_t = \sqrt{\left(\frac{22,5}{21,143084}\right)^2 - 1} \approx 0,3639702.$$

Der entsprechende Polarwinkel ist

$$\zeta(\phi_t) = \phi_t - \arctan \phi_t \approx 0,3639702 - \arctan 0,3639702 \approx 0,01490438.$$

Sowohl der Winkel  $\zeta(\phi_0)$  als auch die Winkel  $\zeta(\phi_1)$  und  $\zeta(\phi_t)$  werden vom Anfangspunkt der Evolvente gemessen.

Die Größe des Polarwinkels, der den zwischen dem Teilkreis und dem Kopfkreis liegenden Teil der Evolvente umfasst, ist

$$\zeta(\phi_1) - \zeta(\phi_t) = 0,03345383 - 0,01490438 = 0,01854945.$$

Der Polarwinkel, der eine Hälfte des zu einem Zahn gehörenden Kopfkreisbogens umfasst, ist

$$\frac{\pi}{90} - 0,01854945 \approx 0,01635714.$$

Der den Bogen der Evolvente umfassende Polarwinkel ist

$$0,03345383 - 0,0003383 \approx 0,0331155.$$

Der Polarwinkel, der eine Hälfte des zu einer Zahnücke gehörenden Fußkreisbogens umfasst, ist

$$\frac{\pi}{45} - 0,01635714 - 0,0331155 \approx 0,0203405.$$

Jetzt stellen wir fest, dass die halbe Länge des zu einer Zahnücke gehörenden Fußkreisbogens

$$\left( \frac{45 m}{2} - 1,25 m \right) 0,0203405 \approx 0,4322356 m \quad (3.16)$$

ist, die Länge einer Hälfte des einem Zahne gehörenden Kopfkreisbogens

$$\left( \frac{45 m}{2} + m \right) 0,01635714 \approx 0,3843928 m \quad (3.17)$$

ist und die Länge des Bogens der Evolvente

$$\frac{21,143084 m}{2} (0,4851553^2 - 0,1006933^2) \approx 2,3810974 m \quad (3.18)$$

ist.

Also ist die gesamte Länge einer Hälfte des Zahnprofils

$$(0,4322356 + 0,3843928 + 2,3810974) m = 3,1977258 m. \quad (3.19)$$

Die ermittelte Größe beträgt eine Hälfte der Periode der Funktion, die den Radiusvektor eines Punkts des Zahnprofils durch die Länge eines Bogens des Profils ausdrückt. Dasselbe gilt, wie gesagt, auch für die Ableitung (nach der Länge des Bogens) der Funktion, die den Polarwinkel des Punkts durch die Länge des Bogens ausdrückt.

Folglich können sowohl der Radiusvektor als auch die erwähnte Ableitung in der Form der Reihen

$$\begin{aligned} f(l) &= \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos\left(\frac{2\pi k}{2 \cdot 3,1977258 m} l\right) \approx \\ &\approx \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos\left(0,9824459 k \frac{l}{m}\right) \end{aligned}$$

dargestellt werden. Weiterhin erfolgt die Berechnung der entsprechenden Fourierkoeffizienten mittels der Formeln

$$a_k = \frac{2}{3,1977258 m} \int_0^{3,1977258 m} f(l) \cos\left(\frac{\pi k}{3,1977258 m} l\right) dl.$$

Wir schreiben jetzt die Ausdrücke für den Radiusvektor  $\rho$  und den Polarwinkel  $\zeta$  als Funktionen der Bogenlänge  $l$  im Intervall  $0 \leq l < 3,1977258 \text{ m}$  auf.

Wird die Länge des Bogens von der Mittellinie der Zahnücke gemessen, so entspricht dem Fußkreis der Bereich der Werte  $0 \leq l < 0,4322356 \text{ m}$ . Für diesen Bogenlängenbereich gilt

$$\rho(l) = 21,25 \text{ m}; \quad \zeta(l) = \frac{0,0203405}{0,4322356} \frac{l}{m} \approx 0,0470588 \frac{l}{m}. \quad (3.20)$$

Der Gesamtbetrag der dem Fußkreis entsprechenden Bogenlänge und der der Evolvente ist

$$(0,4322356 + 2,3810974) \text{ m} = 2,813333 \text{ m}.$$

Für das Segment  $0,4322356 \text{ m} \leq l < 2,813333 \text{ m}$  stellt das Profil des Zahnes den Bogen der Evolvente des Grundkreises dar. Dem Anfangspunkt dieses Bogens entspricht der Wälzwinkel  $\phi_0 \approx 0,1006933$ , dem Endpunkt aber der Wälzwinkel  $\phi_1 \approx 0,4851553$ . Für den Wälzwinkel  $\phi$  und die Bogenlänge  $l$  gilt in diesem Falle das Verhältnis

$$l - 0,4322356 \text{ m} = \frac{21,143084 \text{ m}}{2} (\phi^2 - 0,1006933^2) \quad (3.21)$$

oder unter Berücksichtigung des Verhältnisses (3.7)

$$l - 0,4322356 \text{ m} = \frac{21,143084 \text{ m}}{2} \left[ \left( \frac{\rho(l)}{21,143084 \text{ m}} \right)^2 - 1 - 0,1006933^2 \right],$$

woraus folgt:

$$\begin{aligned} \rho(l) &= 21,143084 \text{ m} \sqrt{\frac{2(l - 0,4322356 \text{ m})}{21,143084 \text{ m}} + 1 + 0,1006933^2} = \\ &= 21,143084 \text{ m} \sqrt{0,9692524 + 0,09459358 \frac{l}{m}}. \end{aligned}$$

Aus (3.21) folgt

$$\phi = \sqrt{0,09459358 \frac{l}{m} - 0,0307476}.$$

Dem ermittelten Wert des Wälzwinkels entspricht der Polarwinkel

$$\zeta_0 = \sqrt{0,09459358 \frac{l}{m} - 0,0307476} - \arctan \sqrt{0,09459358 \frac{l}{m} - 0,0307476},$$

der vom Anfangspunkt der Evolvente gemessen wird. Wenn von der Mittellinie der Zahnücke gemessen wird, ist der Polarwinkel des Anfangspunkts der Evolvente

$$\zeta = \frac{\pi}{90} - \zeta(\phi_t) = \frac{\pi}{90} - 0,01490438 = 0,02000221.$$

Endgültig erhalten wir für das Segment der Bogenlängen  $0,4322356 \text{ m} \leq l < 2,813333 \text{ m}$

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho(l) = 21,143084 m \sqrt{0,9692524 + 0,09459358 \frac{l}{m}} \\ \zeta(l) = 0,02000221 + \sqrt{0,09459358 \frac{l}{m} - 0,0307476} - \\ \quad - \arctan \sqrt{0,09459358 \frac{l}{m} - 0,0307476} \end{array} \right. \quad (3.22)$$

Zum Schluss gilt für die Bogenlängen  $2,813333 m \leq l < 3,1977258 m$   $\rho = 23,5 m$ . Der Polarwinkel wächst in diesem Abschnitt linear vom Wert  $0,02000221 + 0,03345383 = 0,05345604$  bis zum Wert  $\frac{\pi}{45} \approx 0,06981317$ . Hieraus ergibt sich der Ausdruck für den Polarwinkel, der der Bogenlänge  $l$  entspricht,

$$\zeta(l) = 0,05345604 + \frac{l - 2,813333 m}{23,5 m} \approx 0,04255319 \frac{l}{m} - 0,06626026.$$

Also gilt für die Bogenlängen  $2,813333 m \leq l < 3,1977258 m$

$$\rho(l) = 23,5 m; \quad \zeta(l) = 0,04255319 \frac{l}{m} - 0,06626026. \quad (3.23)$$

Jetzt ermitteln wir den Rechenausdruck für die Ableitung des Polarwinkels nach der Bogenlänge des Profils. Im allgemeinen gilt für eine beliebige differenzierbare Funktion  $f(t)$  der Variablen  $t$

$$\frac{d}{dt} [f(t) - \arctan f(t)] = f'(t) - \frac{f'(t)}{1 + [f(t)]^2} = \frac{[f(t)]^2 f'(t)}{1 + [f(t)]^2}.$$

Im betrachteten Falle ist es die Funktion

$$f(l) = \sqrt{0,09459358 \frac{l}{m} - 0,0307476}$$

$$\frac{df}{dl} = \frac{0,09459358}{2m \sqrt{0,09459358 \frac{l}{m} - 0,0307476}}.$$

Für  $0 \leq l < 0,4322356 m$  gilt

$$\frac{d\zeta(l)}{dl} = \frac{0,0470588}{m}. \quad (3.24)$$

Für  $2,813333 m \leq l < 3,1977258 m$  gilt

$$\frac{d\zeta(l)}{dl} = \frac{0,04255319}{m}. \quad (3.25)$$

Für  $0,4322356 m \leq l < 2,813333 m$  erhalten wir

$$\begin{aligned}
 \frac{d\zeta(l)}{dl} &= \frac{0,09459358 \frac{l}{m} - 0,0307476}{0,09459358 \frac{l}{m} + 0,9692524} \frac{0,04729679}{m \sqrt{0,09459358 \frac{l}{m} - 0,0307476}} = \\
 &= \frac{0,04729679}{m} \frac{\sqrt{0,09459358 \frac{l}{m} - 0,0307476}}{0,09459358 \frac{l}{m} + 0,9692524}. \quad (3.26)
 \end{aligned}$$

Wir verfügen jetzt über alle für die Berechnung der uns interessierenden Fourierkoeffizienten notwendigen analytischen Terme.

Berechnen wir zunächst den Koeffizient  $a_0$  der Fourierentwicklung der Funktion  $\rho(l)$ .

$$\begin{aligned}
 a_0 &= \frac{4}{2 \cdot 3,1977258 m} \left[ \int_0^{0,4322356 m} 21,25 m dl + \right. \\
 &\quad \left. 21,143084 m \int_{0,4322356 m}^{2,813333 m} \sqrt{0,9692524 + 0,09459358 \frac{l}{m}} dl + \int_{2,813333 m}^{3,1977258 m} 23,5 m dl \right] = \\
 &= \frac{2}{3,1977258 m} \left[ 21,25 \cdot 0,4322356 m^2 + 23,5 (3,1977258 - 2,813333) m^2 + \right. \\
 &\quad \left. \frac{21,143084 m^2}{0,09459358} \int_{0,4322356}^{2,813333} \sqrt{0,9692524 + 0,09459358 u} d(0,9692524 + 0,09459358 u) \right] = \\
 &= \frac{2 m}{3,1977258} \left[ 18,2182373 + 223,5149996 \cdot \frac{2}{3} (0,9692524 + 0,09459358 u)^{3/2} \Big|_{0,4322356}^{2,813333} \right] = \\
 &= \frac{2 m}{3,1977258} [18,2182373 + 149,001 (1,3730886 - 1,0152472)] \approx 2 \cdot 22,3712 m. \\
 \frac{a_0}{2} &\approx 22,3712 m. \quad (3.27)
 \end{aligned}$$

Für die Koeffizienten  $a_k$  ( $k = 1, 2, \dots$ ) derselben Fourierentwicklung gilt

$$\begin{aligned}
 a_k &= \frac{4}{2 \cdot 3,1977258 m} \left[ \int_0^{0,4322356 m} 21,25 m \cos \left( k \frac{2\pi l}{2 \cdot 3,1977258 m} \right) dl + \right. \\
 &\quad \left. 21,143084 m \int_{0,4322356 m}^{2,813333 m} \sqrt{0,9692524 + 0,09459358 \frac{l}{m}} \cos \left( k \frac{2\pi l}{2 \cdot 3,1977258 m} \right) dl + \right. \\
 &\quad \left. \int_{2,813333 m}^{3,1977258 m} 23,5 m \cos \left( k \frac{2\pi l}{2 \cdot 3,1977258 m} \right) dl \right] =
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= 0,6254445 m \left[ 21,25 \int_0^{0,4322356} \cos(0,9824459 k u) du + \right. \\
 &21,143084 \int_{0,4322356}^{2,813333} \sqrt{0,9692524 + 0,09459358 u} \cos(0,9824459 k u) du + \\
 &23,5 \int_{2,813333}^{3,1977258} \cos(0,9824459 k u) du \left. \right] = \\
 &= 0,6254445 m \left[ \frac{21,25}{0,9824459 k} \sin(0,42464809 k) - \frac{23,5}{0,9824459 k} \sin(2,7639475 k) + \right. \\
 &21,143084 \int_{0,4322356}^{2,813333} \sqrt{0,9692524 + 0,09459358 u} \cos(0,9824459 k u) du \left. \right] = \\
 &= 0,6254445 m \left[ 21,6295897 \frac{\sin(0,42464809 k)}{k} - 23,9198922 \frac{\sin(2,7639475 k)}{k} + \right. \\
 &21,143084 \int_{0,4322356}^{2,813333} \sqrt{0,9692524 + 0,09459358 u} \cos(0,9824459 k u) du \left. \right]. \quad (3.28)
 \end{aligned}$$

Die folgende Formel stellt die Fourierreihe der Funktion  $\rho(l)$  dar

$$\begin{aligned}
 \rho(l) = m \left\{ 22,3712 + \sum_{k=1}^{\infty} \left[ 13,5281705 \frac{\sin(0,42464809 k)}{k} - 14,960565 \frac{\sin(2,7639475 k)}{k} + \right. \right. \\
 \left. \left. 13,2238256 \int_{0,4322356}^{2,813333} \sqrt{0,9692524 + 0,09459358 u} \cos(0,9824459 k u) du \right] \times \cos\left(0,9824459 k \frac{l}{m}\right) \right\}. \quad (3.29)
 \end{aligned}$$

Wir ermitteln jetzt die Koeffizienten der Fourierreihe der Ableitung des Polarwinkels nach der Bogenlänge des Zahnprofils.

$$\begin{aligned}
 a_0 &= \frac{4}{2 \cdot 3,1977258 m} \int_0^{3,1977258 m} \frac{d\zeta(l)}{dl} dl = \\
 &= \frac{2}{3,1977258 m} [\zeta(3,1977258 m) - \zeta(0)] = \\
 &= \frac{2}{3,1977258 m} \left( \frac{0,04255319}{m} \cdot 3,1977258 m - 0,06626026 \right) \approx \frac{0,04366427}{m},
 \end{aligned}$$

$$\frac{a_0}{2} \approx \frac{0,02183213}{m}. \quad (3.30)$$

Für  $k = 1, 2, \dots$  gilt

$$\begin{aligned} a_k &= \frac{4}{2 \cdot 3,1977258 m} \left[ \int_0^{0,4322356 m} \frac{0,0470588}{m} \cos \left( k \frac{2\pi}{2 \cdot 3,1977258 m} l \right) dl + \right. \\ &\quad \int_{2,813333 m}^{3,1977258 m} \frac{0,04255319}{m} \cos \left( k \frac{2\pi}{2 \cdot 3,1977258 m} l \right) dl + \\ &\quad \left. \int_{0,4322356 m}^{2,813333 m} \frac{0,04729679}{m} \frac{\sqrt{0,09459358 \frac{l}{m} - 0,0307476}}{0,09459358 \frac{l}{m} + 0,9692524} \cos \left( k \frac{2\pi}{2 \cdot 3,1977258 m} l \right) dl \right] = \\ &= \frac{0,6254445}{m^2} \left[ 0,0470588 \int_0^{0,4322356 m} \cos \left( 0,9824459 k \frac{l}{m} \right) dl + \right. \\ &\quad 0,04255319 \int_{2,813333 m}^{3,1977258 m} \cos \left( 0,9824459 k \frac{l}{m} \right) dl + \\ &\quad \left. 0,04729679 \int_{0,4322356 m}^{2,813333 m} \frac{\sqrt{0,09459358 \frac{l}{m} - 0,0307476}}{0,09459358 \frac{l}{m} + 0,9692524} \cos \left( 0,9824459 k \frac{l}{m} \right) dl \right] = \\ &= \frac{0,6254445}{m^2} \left[ \frac{0,04789964 m}{k} \sin(0,42464809 k) - \right. \\ &\quad \frac{0,04331352 m}{k} \sin(2,76394747 k) + \\ &\quad \left. 0,04729679 m \int_{0,4322356}^{2,813333} \frac{\sqrt{0,09459358 u - 0,0307476}}{0,09459358 u + 0,9692524} \cos(0,9824459 k u) du \right] = \\ &= \frac{0,6254445}{m} \left[ 0,04789964 \frac{\sin(0,42464809 k)}{k} - \right. \\ &\quad 0,04331352 \frac{\sin(2,76394747 k)}{k} + \\ &\quad \left. 0,04729679 \int_{0,4322356}^{2,813333} \frac{\sqrt{0,09459358 u - 0,0307476}}{0,09459358 u + 0,9692524} \cos(0,9824459 k u) du \right]. \quad (3.31) \end{aligned}$$

Also ist die Fourierreihe der Ableitung des Polarwinkels nach der Bogenlänge des Zahnprofils

$$\begin{aligned} \frac{d\zeta(l)}{dl} = & \frac{0,02183213}{m} + \frac{0,6254445}{m} \sum_{k=1}^{\infty} \left[ 0,04789964 \frac{\sin(0,42464809 k)}{k} - \right. \\ & \left. 0,04331352 \frac{\sin(2,76394747 k)}{k} + \right. \\ & \left. 0,04729679 \int_{0,4322356}^{2,813333} \frac{\sqrt{0,09459358 u - 0,0307476}}{0,09459358 u + 0,9692524} \cos(0,9824459 k u) du \right] \times \cos\left(0,9824459 k \frac{l}{m}\right). \end{aligned} \quad (3.32)$$

Integrieren wir (3.32) gliedweise im Intervall  $(0, l)$ , so entsteht eine sozusagen gemischte Entwicklung für den Polarwinkel

$$\begin{aligned} \zeta(l) = & \frac{0,02183213 l}{m} + 0,6366198 \sum_{k=1}^{\infty} \left[ 0,04789964 \frac{\sin(0,42464809 k)}{k^2} - 0,04331352 \frac{\sin(2,76394747 k)}{k^2} + \right. \\ & \left. \frac{0,04729679}{k} \int_{0,4322356}^{2,813333} \frac{\sqrt{0,09459358 u - 0,0307476}}{0,09459358 u + 0,9692524} \cos(0,9824459 k u) du \right] \times \sin\left(0,9824459 k \frac{l}{m}\right) \end{aligned}$$

oder

$$\begin{aligned} \zeta(l) = & \frac{0,02183213 l}{m} + \sum_{k=1}^{\infty} \left[ 0,03049386 \frac{\sin(0,42464809 k)}{k^2} - 0,02757424 \frac{\sin(2,76394747 k)}{k^2} + \right. \\ & \left. + \frac{0,03011007}{k} \int_{0,4322356}^{2,813333} \frac{\sqrt{0,09459358 u - 0,0307476}}{0,09459358 u + 0,9692524} \cos(0,9824459 k u) du \right] \times \sin\left(0,9824459 k \frac{l}{m}\right). \end{aligned} \quad (3.33)$$

Durch den Faktor  $\frac{1}{k^2}$  konvergiert die Reihe (3.33) relativ schnell. Differenzieren wir dagegen gliedweise die Reihe (3.29), um die Ableitung der Funktion  $\rho(l)$  und daraus die in der Gleichung (2.21) erscheinende Ableitung  $\rho'(\zeta)$  zu berechnen, so entsteht die Reihe

$$\frac{d\rho}{dl} = - \sum_{k=1}^{\infty} [13,2906956 \sin(0,42464809 k) - 14,6979458 \sin(2,7639475 k) + \quad (3.34)$$

$$12,9916932 k \int_{0,4322356}^{2,813333} \sqrt{0,9692524 + 0,09459358 u} \cos(0,9824459 k u) du] \times \sin\left(0,9824459 k \frac{l}{m}\right),$$

die infolge ihrer langsamen Konvergenz praktisch nicht verwendbar ist.

Doch im Falle der Kreisevolvente braucht man eigentlich die Ableitung  $\rho'(\zeta)$  nicht zu berechnen. Es ist leicht ersichtlich, dass

$$\frac{\rho'(\zeta)\rho(\zeta)}{\sqrt{[\rho(\zeta)]^2 + [\rho'(\zeta)]^2}} \quad (3.35)$$

dem Betrag nach nichts anderes ist als die Projektion des Radiusvektors des Punkts der Kurve auf die Tangente zu demselben Punkt. Das Vorzeichen ist von dem Vorzeichen der Ableitung  $\rho'(\zeta)$  bestimmt. Wenn es

sich um eine Kreisevolvente handelt, ist die oben erwähnte Projektion (unabhängig von der Wahl des Punktes) dem Radius des Grundkreises gleich. Für einen Kreisbogen gilt natürlich  $\rho'(\zeta) \equiv 0$ .

So kann der Wert des Rechenausdrucks (3.35) immer ermittelt werden, wenn die Fourierkoeffizienten der Funktion

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{wenn } 0 \leq x < 0,4322356 \text{ ist} \\ 1, & \text{wenn } 0,4322356 \leq x < 2,813333 \text{ ist} \\ 0, & \text{wenn } 2,813333 \leq x < 3,1977258 \text{ ist} \end{cases} \quad (3.36)$$

entsprechenden Sinusreihe vorhanden sind. Diese Reihe konvergiert schnell genug, um praktisch verwendbar zu sein.

Durch ebenso einfache Überlegungen gelangt man zum Schluss, dass im Falle der Kreisevolvente

$$\arctan \frac{\rho'(\zeta)}{\rho(\zeta)} = \frac{\pi}{2} - \arctan \phi$$

gilt, wobei  $\phi$  der entsprechende Wälzwinkel ist, dessen Rechenausdruck die Formel (3.10) darstellt. So lassen sich die Werte der Funktion  $\arctan \frac{\rho'(\zeta)}{\rho(\zeta)}$  berechnen, wenn die Fourierkoeffizienten der Funktion

berechnen, wenn die Fourierkoeffizienten der Funktion

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{wenn } 0 \leq x < 0,4322356 \text{ ist} \\ \arctan \sqrt{0,09459358x - 0,0307476}, & \text{wenn } 0,4322356 \leq x < 2,813333 \text{ ist} \\ 0, & \text{wenn } 2,813333 \leq x < 3,1977258 \text{ ist} \end{cases} \quad (3.37)$$

entsprechenden Sinusreihe bekannt sind. Auch diese Reihe erweist sich praktisch als verwendbar.

Alle oben angeführten Überlegungen gelten offensichtlich auch im allgemeinen Falle, d.h. im Falle eines unsymmetrischen Zahnprofils, wenn man nur von der allgemeinen Form der Fourierreihen ausgeht.

#### 4. Ein Beispiel der Anwendung des allgemeinen Verfahrens

In diesem Kapitel wird gezeigt, wie die in vorhergehenden Kapiteln abgeleiteten Gleichungen und Formeln auf die Synthese einer konkreten Verzahnung angewandt sein können.

Gehen wir nämlich von dem durch die Fourierentwicklungen (3.29) und (3.33) definierten Profil als dem Stirnquerschnittsprofil eines Zahnrades aus, dessen Zähne eine Schraubenfläche mit Rechtswindung bilden und auf dem Teilzylinder den Anstieg  $75^\circ$  haben. Der Schraubengang dieses Zahnrads muss

$$T = 45 m \pi \tan 75^\circ \approx 527,60625 m$$

sein (wobei  $m$  wie üblich den Modul des Zahnrades bezeichnet). Gesucht wird der Stirnquerschnitt des Schraubenzahnrades, das 60 Zähne hat und mit dem gegebenen Zahnrad eine Außenverzahnung bildet. Da diese Zahnräder in entgegengesetzten Richtungen rotieren müssen, muss der Schraubengang des zweiten Schraubenzahnrades

$$T_1 = -\frac{60}{45} T \approx -703,47500 m$$

sein, da die Größen  $T$  und  $T_1$  in diesem Falle mit entgegengesetzten Vorzeichen versehen werden sollen. Wir nehmen an, dass der Achsabstand der die Verzahnung bildenden Zahnräder

$$L = \frac{45 + 60}{2} m = 52,5 m$$

sein soll. Ferner ist

$$\frac{T_1 - T}{TL} \approx \frac{(-703,47500 - 527,60625)m}{527,60625 \cdot 52,5 m^2} \approx -\frac{0,0444444444}{m}.$$

Substituiert man die soeben ermittelten Größen in den Rechenausdruck für  $z$ , so ergibt sich

$$z = 83,9711427 m \left\{ -\arcsin \left[ \frac{0,0444444444}{m} \frac{\rho'(\zeta)\rho(\zeta)}{\sqrt{[\rho(\zeta)]^2 + [\rho'(\zeta)]^2}} \right] + \arctan \frac{\rho'(\zeta)}{\rho(\zeta)} - \zeta \right\}. \quad (4.1)$$

Durch Verwendung von Fourierreihen lässt sich die Berechnung des rechten Teils der soeben gewonnenen Formel für alle Werte von  $\zeta$  in einheitlicher Weise ausführen. Die notwendigen Fourierkoeffizienten wurden in 4 Dateien gespeichert.

Die erste Datei enthält die ersten 10000 Fourierkoeffizienten der der Funktion (3.36) entsprechenden Sinusreihe. Die zweite Datei enthält die ersten 10000 Fourierkoeffizienten der Sinusreihe der Funktion  $\zeta(l/m)$ . Alle Fourierkoeffizienten wurden mit doppelter Präzision berechnet. Das Integral, für dessen Integrandfunktion keine Stammfunktion in geschlossener Form gefunden werden kann, wurde mittels Simpson'scher Regel berechnet. Das Integrationsintervall wurde dabei in 8192 Teilintervalle zerlegt.

Die dritte Datei enthält die ersten 15000 Fourierkoeffizienten der der Funktion (3.37) entsprechenden Sinusreihe. Die vierte Datei enthält die ersten 15000 Fourierkoeffizienten der Kosinusreihe der Funktion  $\rho(l/m)$ . Auch diese zwei Dateien enthalten mit doppelter Präzision berechnete Fourierkoeffizienten. Die Integrale, für deren Integrandfunktionen keine Stammfunktionen in geschlossener Form gefunden werden können, wurden mittels Simpson'scher Regel berechnet, wobei jedes der beiden letzteren Integrationsintervalle in 16384 Teilintervalle zerlegt wurde.

Diese Berechnungen waren zwar aufwendig und forderten relativ viel Zeit. Doch als die Dateien vorhanden waren, ging das Weitere schnell genug und hohe Genauigkeit wurde erreicht.

Bevor die Ergebnisse der Verwendung der Formel (4.1) gezeigt werden, bringen wir noch einige Überlegungen vor. Obwohl alle eventuellen Durchstoßpunkte der Schraubenlinie (2.24) und der Schraubenfläche (2.1) aus der Gleichung (2.26) ermittelt werden können, erschwert jener Umstand die Lösung der Gleichung, dass die Funktion  $\arccos x$  nur für  $-1 \leq x \leq 1$  definiert ist. Das erzwingt bei jedem Schritt der Suche nach den Wurzeln der Gleichung den Wert des Arguments dieser Funktion zu überprüfen und, falls die soeben erwähnten Ungleichheiten nicht erfüllt sind, den betreffenden Schritt zu überspringen. Andererseits ist die genaue Kenntnis der Durchstoßpunkte der Schraubenlinie und der Schraubenfläche von keiner großen Bedeutung. Stellen wir nur für einen Punkt der Linie (2.24) fest, dass er innerhalb der Oberfläche (2.1) liegt, so ist diese Schraubenlinie untauglich.

Eine Ebene  $z = \tilde{z}$  schneidet die Schraubenlinie (2.24) in dem Punkte, dessen Koordinaten im Koordinatensystem  $Oxyz$

$$\left\{ L + r_0 \cos \left[ \frac{2\pi}{T_1} (\tilde{z} - z_0) + \zeta_{10} \right], r_0 \sin \left[ \frac{2\pi}{T_1} (\tilde{z} - z_0) + \zeta_{10} \right], \tilde{z} \right\} \quad (4.2)$$

sind. Die Gleichungen des Schnittbildes derselben Ebene und der Oberfläche (2.1) im Koordinatensystem  $Oxyz$  sind

$$\begin{cases} x = \rho(\zeta) \cos \left( \zeta + \frac{2\pi}{T} \tilde{z} \right) \\ y = \rho(\zeta) \sin \left( \zeta + \frac{2\pi}{T} \tilde{z} \right) \\ z = \tilde{z} \end{cases} \quad (4.3)$$

Ist (4.2) kein Punkt des Inneren der geschlossenen Kurve (4.3), so stellen wir fest, dass die Schraubenlinie in der Ebene  $z = \tilde{z}$  außerhalb der Schraubenfläche verläuft. Wenn eine ausreichend große Zahl von dicht genug gelegenen zu  $z$ -Achse senkrechten Ebenen solch einer Prüfung unterworfen wurde, und in jeder dieser Ebenen der entsprechende Punkt (4.2) kein Punkt des Inneren der entsprechenden Kurve (4.3) ist, kann die Schraubenlinie (2.24) als taugliche akzeptiert werden. Es ist ja selbstverständlich, dass „ausreichend große“ und „dicht genug“ keine eindeutig definierbaren Begriffe sind. Auch kann die Entscheidung, ob der Punkt (4.2) im Inneren oder im Äußeren der Kurve (4.3) liegt, schwierig sein, wenn der Abstand zwischen dem Punkt und der Kurve sehr klein ist, weil mögliche Ungenauigkeiten der Kalkulationen berücksichtigt werden sollen. Man muss sich nämlich letzten Endes auf den gesunden Menschenverstand verlassen.

Wir zeigen jetzt, wie die Prüfung für die Ebene  $z = \tilde{z}$  ausgeführt werden kann.  $\tilde{O}$  und  $\tilde{O}_1$  seien Punkte, deren Koordinaten im Koordinatensystem  $Oxyz$   $(0,0,\tilde{z})$  bzw.  $(L,0,\tilde{z})$  sind. Den entsprechenden Punkt (4.2) machen wir durch den Buchstaben  $\tilde{P}$  kenntlich. Dann bilden die Strecken  $\tilde{O}\tilde{O}_1$  und  $\tilde{O}_1\tilde{P}$  (für eine Außenverzahnung) den Winkel

$$\alpha_{\tilde{z}} = \pi - \zeta_{10} - \frac{2\pi}{T_1}(\tilde{z} - z_0).$$

Kennt man den Wert  $\alpha_{\tilde{z}}$ , so kann durch Verwendung des Kosinussatzes die Länge der Strecke  $\tilde{O}\tilde{P}$  ermittelt werden, da die Größen  $\tilde{O}\tilde{O}_1 = L$  und  $\tilde{O}_1\tilde{P} = r_0$  schon bekannt sind. Wenn die Länge  $\tilde{O}\tilde{P}$  ermittelt ist, läßt sich der Winkel, den die Strecken  $\tilde{O}\tilde{O}_1$  und  $\tilde{O}\tilde{P}$  bilden (der fernerhin als  $\beta_{\tilde{z}}$  bezeichnet wird), durch Verwendung entweder des Kosinus- oder des Sinussatzes ermitteln. Der Radiusvektor des Kreuzungspunktes der entsprechenden Kurve (4.3) und des Strahls  $\tilde{O}\tilde{P}$  ist  $\rho(\zeta)$ , wobei  $\zeta = \beta_{\tilde{z}} - \frac{2\pi}{T}\tilde{z}$  ist. Ist

$\rho\left(\beta_{\tilde{z}} - \frac{2\pi}{T}\tilde{z}\right) \leq \tilde{O}\tilde{P}$ , so liegt  $\tilde{P}$  nicht im Inneren der Kurve (4.3). Dies bedeutet, dass das Ergebnis der Prüfung für die Ebene  $z = \tilde{z}$  positiv ist. Man kann die Prüfung nach Belieben fortsetzen. Wenn es sich dagegen herausstellt, dass  $\tilde{O}\tilde{P} < \rho\left(\beta_{\tilde{z}} - \frac{2\pi}{T}\tilde{z}\right)$  ist, so ist  $\tilde{P}$  ein Punkt des Inneren der Kurve (4.3) und die

Schraubenlinie (2.24) schneidet die Schraubenfläche (2.1)<sup>3</sup>. Ist dabei die Differenz der beiden verglichenen Größen nicht vernachlässigbar gering, so lohnt sich offenbar die Fortsetzung der Prüfung nicht. Die betreffende Schraubenlinie soll als untaugliche abgewiesen werden.

Sowohl die mittels der Formel (4.1) berechneten Werte von  $z$  als auch die Koordinaten  $x_1$  und  $y_1$  der Durchstoßpunkte der ermittelten Schraubenlinien und der Ebene  $z = 0$  sind in Tabelle 1 zusammengefasst worden. Als Maßeinheit der Länge wird dabei der Modul der Verzahnung verwendet.

Da zwischen dem Kopfkreis eines der verzahnten Zahnräder und dem Fußkreis des andern immer ein Spiel vorgesehen sein muß, sind für die Synthese der Verzahnung nur die Punkte der gegebenen Schraubenfläche von Interesse, deren Abstand (gegebenenfalls) von der Achse des Zahnrades nicht kleiner als  $21,5m$  ist. Aus der ersten der Formeln (3.22) folgt, dass dem Radiusvektor der erwähnten Länge unter andern die Länge  $0,684978088m$  des Bogens des Profils entspricht.<sup>4</sup> Doch zeigt die gemäß dem beschriebenen Verfahren ausgeführte Prüfung, dass die für die zwischen  $0,7m$  und  $1,0m$  liegenden Bogenlängen ermittelten Schraubenlinien die gegebene Schraubenfläche schneiden und damit untauglich sind. Dabei ergibt sich sogar für die Bogenlängen bis einschließlich  $0,9m$   $r_0 > 31m$ , was offensichtlich nicht akzeptabel ist. Deshalb sind die entsprechenden Werte der Bogenlängen in Tabelle 1 fortgelassen worden. Das zeigt übrigens einen der Vor-

<sup>3</sup> Ist der Radiusvektor eine mehrdeutige Funktion des Polarwinkels, so wird die Prüfung offenbar etwas komplizierter.

<sup>4</sup> Andere entsprechende Längen des Bogens können ausgehend aus der Periodizität der geraden Funktion  $\rho(l)$  ermittelt werden.

teile der Verwendung von Fourierreihen. Man wird dadurch von der Notwendigkeit befreit eine extra Prüfung auszuführen, um mögliche Interferenzen der Zähne vorzubeugen. Eine solche Prüfung wäre unentbehrlich gewesen, wenn Hüllkurven oder Hüllflächen verwendet worden wären. Es ist nämlich auf jene Tatsache zurück zu führen, dass sowohl eine Hüllkurve als auch eine Hüllfläche i.a. die Kurven bzw. Flächen der entsprechenden Schar durchdringen kann. Folgt man dagegen dem vorgeschlagenen Prinzip, so kann für jede ermittelte Schraubenlinie sofort und in einheitlicher Weise geprüft werden, ob sie die gegebene Schraubenfläche schneidet. Diese Einheitlichkeit ermöglicht die Realisierung der Prüfung als ein Computerprogramm, das interaktive Arbeit erlaubt. Für alle in Tabelle 1 angeführten Punkte konnten die Ergebnisse der Prüfung als positive abgeschätzt werden. Wenn auch einige Durchdringungen von den Schraubenlinien in die Schraubenfläche (2.1) stattgefunden haben, waren sie so gering, dass sie sicher auf unvermeidliche Ungenauigkeiten der Kalkulationen zurück geführt werden konnten.

Es ist von Interesse zu klären, ob die durch die Koordinaten  $x_1$  und  $y_1$  definierten Punkte bestimmten Evolventen des Kreises gehören, dessen Mittelpunkt der Punkt  $O_1$  und dessen Radius  $R = 30 \cos 20^\circ \approx 28,1907786 \text{ m}$  sind. Wir zeigen beispielsweise wie das für die Punkte  $(-30,726841055 \text{ m}; 0,509016776 \text{ m})$ ,  $(-30,585022779 \text{ m}; 0,566848945 \text{ m})$  und  $(-30,453982352 \text{ m}; 0,618206466 \text{ m})$  geprüft werden kann. Dem Radiusvektor (Abstand von  $O_1$ ) des ersten Punktes

$l/m$	$z_1/m$	$x_1/m$	$y_1/m$
-2,7	12,157734036	-29,269978440	-0,995508459
-2,6	11,341408808	-29,329808937	-0,980340816
-2,5	10,439680332	-29,390806253	-0,964901968
-2,4	9,577559211	-29,455877085	-0,947329476
-2,3	8,663843549	-29,524302291	-0,928800633
-2,2	7,725740393	-29,595055332	-0,908533498
-2,1	6,781003806	-29,670916557	-0,886526297
-2,0	5,791585026	-29,749657806	-0,862628895
-1,9	4,775796732	-29,833352409	-0,836620891
-1,8	3,738338598	-29,92163619	-0,8081994
-1,7	2,649345119	-30,015022045	-0,777137814
-1,6	1,527092989	-30,11453165	-0,74306313
-1,5	0,368492546	-30,219823213	-0,705607805
-1,4	-0,861032371	-30,333356962	-0,664103561
-1,3	-2,12910422	-30,453982352	-0,618206466
-1,2	-3,471338897	-30,585022779	-0,566848945
-1,1	-4,902155852	-30,726841055	-0,509016776
1,1	4,902155852	-30,726841055	0,509016776
1,2	3,471338897	-30,585022779	0,566848945
1,3	2,12910422	-30,453982352	0,618206466
1,4	0,861032371	-30,333356962	0,664103561
1,5	-0,368492546	-30,219823213	0,705607805
1,6	-1,527092989	-30,11453165	0,74306313
1,7	-2,649345119	-30,015022045	0,777137814
1,8	-3,738338598	-29,92163619	0,8081994
1,9	-4,775796732	-29,833352409	0,836620891
2,0	-5,791585026	-29,749657806	0,862628895
2,1	-6,781003806	-29,670916557	0,886526297
2,2	-7,725740393	-29,595055332	0,908533498
2,3	-8,663843549	-29,524302291	0,928800633
2,4	-9,577559211	-29,455877085	0,947329476
2,5	-10,439680332	-29,390806253	0,964901968
2,6	-11,341408808	-29,329808937	0,980340816
2,7	-12,157734036	-29,269978440	0,995508459

Tabelle 1

$$R_1 \approx \sqrt{30,726841055^2 + 0,509016776^2} \text{ m} \approx 30,7310569 \text{ m}$$

entspricht der Wälzwinkel

$$\Phi_1 \approx \sqrt{\left(\frac{30,7310569}{28,1907786}\right)^2} - 1 \approx 0,433981995$$

und der Polarwinkel

$$Z_1 \approx 0,433981995 - \arctan 0,433981995 \approx 0,0245281817 ,$$

wobei  $Z_1$  vom Anfangspunkt der vermuteten Evolvente gemessen werden soll. Ebenso ergibt sich

$$Z_2 \approx 0,0225645633$$

für den zweiten Punkt und

$$Z_3 \approx 0,0207956891$$

für den dritten. Liegen die ausgewählten Punkte wirklich auf der Evolvente, so muss die Differenz  $Z_1 - Z_2 \approx 0,0245281817 - 0,0225645633 \approx 0,0019636184$  dem Winkel gleich sein, den die aus Punkt  $O_1$  auf den ersten und den zweiten Punkt gerichteten Strahlen bilden. Der letztere ergibt sich als

$$\arctan \frac{0,566848945}{30,585022779} - \arctan \frac{0,509016776}{30,726841055} \approx 0,0019670727 .$$

Die beiden ermittelten Werte treffen ganz genau zusammen. Nehmen wir den zweiten Punkt und den dritten, so ergibt sich einerseits  $Z_2 - Z_3 \approx 0,0225645633 - 0,0207956891 \approx 0,0017688742$ , andererseits aber

$$\arctan \frac{0,618206466}{30,453982352} - \arctan \frac{0,566848945}{30,585022779} \approx 0,0017654795 .$$

Das Zusammentreffen der beiden Größen ist wiederum sehr gut. Auf diese Art sind mehrere Paare der ermittelten Punkte geprüft worden und alle Ergebnisse sind ebenso befriedigend ausgefallen. So bewahrheitet sich die Vermutung, dass die Punkte, deren Koordinaten in der Tabelle 1 angeführt sind, zu zwei Evolventen des oben erwähnten Kreises gehören.

Es lohnt sich auch die Vermutung zu prüfen, dass die Berührungspunkte der gegebenen und der ermittelten Schraubenflächen eine (endliche) Menge Geraden bilden. Zu diesem Zwecke sind in Tabelle 2 Koordinaten der Berührungspunkte mit den entsprechenden Bogenlängen des gegebenen Profils zusammengefasst worden.

Die Gleichungen der Geraden, die durch die Bogenlängen  $l = -2,7 m$  und  $l = -1,1 m$  bestimmte Punkte verbindet, heißen

$$\frac{x - 21,82488671}{23,29453153 - 21,82488671} = \frac{y + 1,853452064}{2,182495507 + 1,853452064} = \frac{z + 4,902155852}{12,157734036 + 4,902155852}$$

oder

$$\frac{x - 21,82488671}{1,46964482} = \frac{y + 1,853452064}{4,035947571} = \frac{z + 4,902155852}{17,05988988} . \quad (4.4)$$

Gegeben seien nun die Gerade  $g$  durch ihre Gleichungen

$$\frac{x - \tilde{x}_0}{k} = \frac{y - \tilde{y}_0}{l} = \frac{z - \tilde{z}_0}{m}$$

und der Punkt  $P(x_0, y_0, z_0)$ . Es ist leicht festzustellen, dass man den Abstand des Punktes  $P$  von der Geraden  $g$  mittels der Formel

$$\sqrt{(x_0 - \tilde{x}_0 - kt)^2 + (y_0 - \tilde{y}_0 - lt)^2 + (z_0 - \tilde{z}_0 - mt)^2} \quad (4.5)$$

berechnen kann, wobei für  $t$

$$t = \frac{(x_0 - \tilde{x}_0)k + (y_0 - \tilde{y}_0)l + (z_0 - \tilde{z}_0)m}{k^2 + l^2 + m^2} \quad (4.6)$$

gilt.

Für die 15 Punkte, deren Koordinaten in der Tabelle 2 zwischen den Koordinaten der die Gerade (4.4) bestimmenden Punkte angeführt sind, wurden in dieser Weise ihre Abweichungen von der Geraden (4.4) ermittelt.

Die größte Abweichung ist ungefähr  $0,0031m$  groß gewesen, die durchschnittliche Abweichung war ungefähr  $0,000983m$ , die Standardabweichung der Abweichungen war ungefähr  $0,000703m$ . Solche Abweichungen können auf die unvermeidlichen Ungenauigkeiten der Kalkulationen zurück geführt werden. Somit bewahrheitet sich auch die Vermutung, dass der geometrische Ort der einem Zahn gehörenden Berührungspunkte eine Gerade darstellt.

Aus den in den Tabellen 1 und 2 aufgeführten Daten folgt, dass sich die zwei die Verzahnung bildenden Schraubenflächen mindestens entlang zwei Geraden berühren. Diese Tatsache spricht dafür, dass die zwei Schraubenflächen in spielloser Verzahnung nicht gegenseitig bewegbar sind, d.h. sie schneiden sich in jeder unzulässigen gegenseitigen Anordnung. Wir schließen daraus, dass die synthetisierte Verzahnung allen aufgestellten Forderungen gerecht wird.

$l/m$	$z/m$	$x/m$	$y/m$
-2,7	12,157734036	23,29453153	2,182495507
-2,6	11,341408808	23,22140514	1,990638925
-2,5	10,439680332	23,14702759	1,775820774
-2,4	9,577559211	23,07089231	1,57281574
-2,3	8,663843549	22,99224868	1,356358708
-2,2	7,725740393	22,91273267	1,134171697
-2,1	6,781003806	22,82982583	0,9110341477
-2,0	5,791585026	22,74553325	0,6767395115
-1,9	4,775796732	22,65810867	0,4363166616
-1,8	3,738338598	22,56806109	0,1911337347
-1,7	2,649345119	22,47499313	-0,0667411725
-1,6	1,527092989	22,37813482	-0,3322612641
-1,5	0,368492546	22,27801814	-0,60614339
-1,4	-,861032371	22,17264723	-0,8973582123
-1,3	-2,12910422	22,06327926	-1,197184654
-1,2	-3,471338897	21,94724884	-1,514705536
-1,1	-4,902155852	21,82488671	-1,853452064
1,1	4,902155852	21,82488671	1,853452064
1,2	3,471338897	21,94724884	1,514705536
1,3	2,12910422	22,06327926	1,197184654
1,4	0,861032371	22,17264723	0,8973582123
1,5	-0,368492546	22,27801814	0,60614339
1,6	-1,527092989	22,37813482	0,3322612641
1,7	-2,649345119	22,47499313	0,0667411725
1,8	-3,738338598	22,56806109	-0,1911337347
1,9	-4,775796732	22,56468719	-0,4345176876
2,0	-5,791585026	22,74553325	-0,6767395115
2,1	-6,781003806	22,82982583	-0,9110341474
2,2	-7,725740393	22,91273267	-1,134171697
2,3	-8,663843549	22,99224868	-1,356358708
2,4	-9,577559211	23,07089231	-1,57281574
2,5	-10,439680332	23,14702759	-1,775820774
2,6	-11,341408808	23,22140514	-1,990638925
2,7	-12,157734036	23,29453153	-2,182495507

Tabelle 2

### 5. Grundgleichungen für geradverzahnte Räder

Nachdem der allgemeine Fall der geometrischen Synthese einer Verzahnung zweier Schraubenzahnräder betrachtet ist, betrachten wir die geometrische Synthese einer Verzahnung zweier von zylindrischen Oberflächen begrenzter Zahnräder. Dieses Problem unterscheidet sich wesentlich von dem in den vorhergehenden Kapiteln gelösten Problem, denn die zylindrischen Oberflächen bewegen sich gegeneinander. Aber auch in diesem Falle bewährt sich die Anwendung von Hüllkurven nicht. Es ist ja durchaus nicht notwendig, dass für jeden Punkt irgendeines der Zahnräder eine zulässige gegenseitige Anordnung der beiden existiere, in der es gerade in diesem Punkte von dem anderen Zahnrad berührt wird. Dies bedeutet aber, dass das Profil eines der Zahnräder die vom anderen Profil gebildete Kurvenschar nicht unbedingt einhüllen muss. Statt der Anwendung von Hüllkurven wird das folgende Verfahren der geometrischen Synthese einer Verzahnung zylindrischer Zahnräder mit gleichlaufenden Achsen vorgeschlagen.

Ist das Verhältnis der Winkelgeschwindigkeiten zwei verzahnten Räder konstant, so stellen die entsprechenden Polkurven zwei Kreise dar, die ohne zu gleiten aufeinander abrollen. Stoppen wir einen der Kreise, so stellt er die Rastpolbahn dar, während der andere die Gangpolbahn darstellt. Abbildung 1 zeigt ein Beispiel solch eines Paares von Kreisen mit den Koordinatensystemen, auf die die Kreise bezogen sind. Die vorgeschriebene Bewegung eines dieser Kreise bezüglich des anderen bestimmt die Mengen der zulässigen und der unzulässigen gegenseitigen Anordnungen der entsprechenden Koordinatensysteme. Die Profile der Räder müssen sich in jeder zulässigen gegenseitigen Anordnung berühren, denn sonst schneiden sich die Profile in gewissen unzulässigen Anordnungen nicht. Andererseits muss die Momentangeschwindigkeit des mit dem momentanen Berührungspunkt übereinstimmenden Punkts des an die Gangpolbahn festgebundenen Profils zum an die Rastpolbahn gebundenen Profil tangential sein, denn sonst schneiden sich die Profile in einer zulässigen Anordnung.

Wir nehmen an, dass der Kreis mit dem Mittelpunkt  $O$  und Radius  $R$  am Koordinatensystem  $Oxy$  angebunden ist und die Rastpolbahn darstellt. Der an das Koordinatensystem  $O_1x_1y_1$  angebundene Kreis mit dem Mittelpunkt  $O_1$  und Radius  $r$  soll die Gangpolbahn darstellen, die auf der Rastpolbahn abrollt. Dies bedeutet, dass  $R\dot{\phi} = r\dot{\Psi}$  oder

$$\Psi = \frac{R}{r}\phi \tag{5.1}$$

gilt.

Die folgenden Formeln drücken  $x$  und  $y$  durch  $x_1$  und  $y_1$  aus:

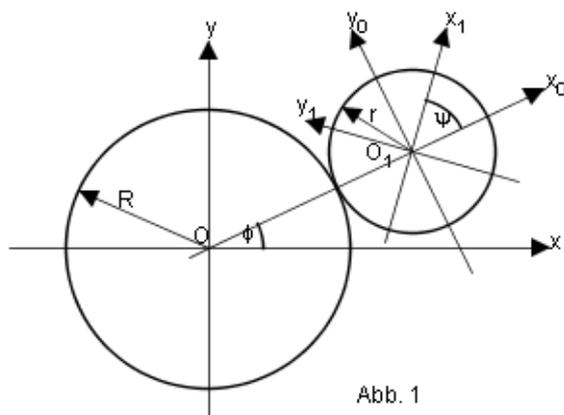


Abb. 1

$$\begin{cases} x = x_1 \cos\left(\frac{R+r}{r}\phi\right) - y_1 \sin\left(\frac{R+r}{r}\phi\right) + (R+r)\cos\phi \\ y = x_1 \sin\left(\frac{R+r}{r}\phi\right) + y_1 \cos\left(\frac{R+r}{r}\phi\right) + (R+r)\sin\phi \end{cases}, \tag{5.2}$$

woraus folgt:

$$\begin{cases} \frac{dx}{d\phi} = -(R+r) \left[ \frac{x_1}{r} \sin\left(\frac{R+r}{r}\phi\right) + \frac{y_1}{r} \cos\left(\frac{R+r}{r}\phi\right) + \sin\phi \right] \\ \frac{dy}{d\phi} = (R+r) \left[ \frac{x_1}{r} \cos\left(\frac{R+r}{r}\phi\right) - \frac{y_1}{r} \sin\left(\frac{R+r}{r}\phi\right) + \cos\phi \right] \end{cases} \quad (5.3)$$

Gegeben sei nun im Koordinatensystem  $Oxy$  eine Kurve, deren Parametergleichungen

$$\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \end{cases} \quad (5.4)$$

sind. Wir fixieren jetzt einen Wert  $\phi_0$  des Winkels  $\phi$  und nehmen an, dass der an Koordinatensystem  $O_1x_1y_1$  angebundene Punkt  $P_0(x_1(\phi_0), y_1(\phi_0))$  in entsprechender gegenseitiger Anordnung der beiden Koordinatensysteme mit einem der Kurve (5.4) gehörenden Punkt, sagen wir  $P(x(t_0), y(t_0))$ , übereinstimmt. Wie erwähnt wurde, muss die Bahnkurve des Punkts  $P_0$  die Kurve (5.4) im Punkte  $P$  berühren.

Dies bedeutet aber, dass die Gleichung

$$\frac{y'(t_0)}{x'(t_0)} = - \frac{x_1 \cos\left(\frac{R+r}{r}\phi_0\right) - y_1 \sin\left(\frac{R+r}{r}\phi_0\right) + r \cos\phi_0}{x_1 \sin\left(\frac{R+r}{r}\phi_0\right) + y_1 \cos\left(\frac{R+r}{r}\phi_0\right) + r \sin\phi_0} \quad (5.5)$$

gelten soll. Vergleicht man (5.5) mit (5.2), sieht man sofort die Vereinfachung

$$\frac{y'(t_0)}{x'(t_0)} = - \frac{x(t_0) - R \cos\phi_0}{y(t_0) - R \sin\phi_0}. \quad (5.6)$$

Da der Punkt  $(R \cos\phi_0, R \sin\phi_0)$  im Koordinatensystem  $Oxy$  nichts anderes als den Momentanpol darstellt, folgt aus der Gleichung (5.6), dass für jede zulässige gegenseitige Anordnung der Koordinatensysteme  $Oxy$  und  $O_1x_1y_1$  alle eventuellen Berührungspunkte Fußpunkte der auf das gegebene Profil aus dem Momentanpol gefälltten Lote sind. Es ist bemerkenswert, dass der Radius der Gangpolbahn, an die das gesuchte Profil angebunden sein soll, keine Rolle dabei spielt. Gelingt es aus der Gleichung (5.6) einen dem fixierten Wert  $\phi_0$  des Winkels  $\phi$  entsprechenden Wert  $t_0$  des Parameters  $t$  zu finden, so liefern die Formeln

$$\begin{cases} x_1(\phi_0) = x(t_0) \cos\left(\frac{R+r}{r}\phi_0\right) + y(t_0) \sin\left(\frac{R+r}{r}\phi_0\right) - (R+r) \cos\left(\frac{R}{r}\phi_0\right) \\ y_1(\phi_0) = -x(t_0) \sin\left(\frac{R+r}{r}\phi_0\right) + y(t_0) \cos\left(\frac{R+r}{r}\phi_0\right) + (R+r) \sin\left(\frac{R}{r}\phi_0\right) \end{cases} \quad (5.7)$$

die Koordinaten eines eventuellen Punkts des gesuchten Profils im Koordinatensystem  $O_1x_1y_1$ . Schneidet die Bahnkurve des ermittelten Punkts das gegebene Profil nicht, so kann  $(x_1(\phi_0), y_1(\phi_0))$  als ein Punkt des gesuchten Profils akzeptiert werden. Anderenfalls muss man den Punkt als einen untauglichen aussondern. Es ist wiederum ersichtlich, dass mittels einer genügend großen Zahl der ermittelten tauglichen Punkte das gesuchte Profil mit hinreichender Genauigkeit wieder hergestellt werden kann.

Wechseln wir jetzt in der Gleichung (5.6) zu den laufenden Werten der Parameter, so ergibt sich nach einfachen Umformungen

$$R[x'(t)\cos\phi + y'(t)\sin\phi] = x(t)x'(t) + y(t)y'(t)$$

$$\begin{aligned} & \frac{x'(t)}{\sqrt{[x'(t)]^2 + [y'(t)]^2}} \cos\phi + \frac{y'(t)}{\sqrt{[x'(t)]^2 + [y'(t)]^2}} \sin\phi = \\ & = \frac{x(t)x'(t) + y(t)y'(t)}{R\sqrt{[x'(t)]^2 + [y'(t)]^2}} \end{aligned}$$

$$\sin\left[\phi + \arctan\frac{x'(t)}{y'(t)}\right] = \frac{x(t)x'(t) + y(t)y'(t)}{R\sqrt{[x'(t)]^2 + [y'(t)]^2}}. \quad (5.8)$$

Die Gleichung (5.8) ist genau dann lösbar, wenn die Ungleichheit

$$\left| \frac{x(t)x'(t) + y(t)y'(t)}{R\sqrt{[x'(t)]^2 + [y'(t)]^2}} \right| \leq 1 \quad (5.9)$$

erfüllt ist. Ist dies der Fall, so ergibt sich aus (5.8)

$$\phi = \arcsin\frac{x(t)x'(t) + y(t)y'(t)}{R\sqrt{[x'(t)]^2 + [y'(t)]^2}} - \arctan\frac{x'(t)}{y'(t)}.$$

Die Gleichung (5.8) erinnert an die Gleichung (2.21). Es stellt der Term

$$\frac{x(t)x'(t) + y(t)y'(t)}{\sqrt{[x'(t)]^2 + [y'(t)]^2}}$$

die Projektion des Radiusvektors des Punktes  $(x(t), y(t))$  auf die Tangente an die Kurve (5.4) zu diesem Punkte dar, d.h. dasselbe, was der Ausdruck

$$\frac{\rho'(\zeta)\rho(\zeta)}{\sqrt{[\rho(\zeta)]^2 + [\rho'(\zeta)]^2}}$$

in (2.21) darstellt. Man stellt ebenso leicht fest, dass

$$\zeta + \frac{2\pi}{T}z - \arctan\frac{\rho'(\zeta)}{\rho(\zeta)}$$

dem Winkel gleich ist, den das an die betrachtete Kurve im gewählten Punkte errichtete Lot mit der Polarachse bildet. Dieser Winkel stimmt mit dem Winkel

$$- \arctan\frac{x'(t)}{y'(t)},$$

überein, den das an die Kurve (5.4) im Punkte  $(x(t), y(t))$  errichtete Lot mit der  $x$ -Achse bildet.

Wenn wir nochmals die Abbildung 1 betrachten, wird es klar, dass der Momentanpol die Strecke  $OO_1$  im Verhältnis teilt, das genau dem in der Gleichung (2.21) auftretenden Term  $\frac{T_1 - T}{T}$  (unter Berücksichtigung der Vorzeichen der Größen  $T$  und  $T_1$ ) entspricht. Um das zu verdeutlichen, kommen wir auf die Gleichheit (2.5) zurück, aus der folgt, dass

$$k = \frac{T}{T_1}$$

ist und die Übersetzung der Verzahnung mit dem Verhältnis der Schraubengänge der Zahnräder übereinstimmt. Daraus ist zu schließen, dass

$$\frac{T_1 - T}{T} = \frac{1 - k}{k} \text{ ist.}$$

Andererseits gilt für die Außenverzahnung, deren Polkurven die Abbildung 1 darstellt

$$k = -\frac{R}{r},$$

folglich

$$k - 1 = -\frac{R + r}{r}$$

und

$$\frac{k}{1 - k} = \frac{k}{\frac{R + r}{r}} = \frac{-\frac{R}{r}}{\frac{R + r}{r}} = -\frac{R}{R + r}.$$

Daraus ergibt sich

$$-\frac{R + r}{R} = \frac{T_1 - T}{T}.$$

Da der Betrag  $R + r$  der Achsabstand der in Abbildung 1 gezeigten Polkurven ist, entspricht er genau der in der Gleichung (2.21) auftretenden Größe  $L$ . Wir stellen fest, dass

$$\frac{T_1 - T}{TL} = -\frac{1}{R} \text{ ist.}$$

Da für jeden Winkel  $\alpha$  die Identität

$$\sin\left(\alpha \pm \frac{\pi}{2}\right) \equiv \pm \cos \alpha$$

gilt, stimmen die beiden Teile der Gleichungen (2.21) und (5.8) bis auf die Vorzeichen miteinander überein. Deshalb kann die Gleichung (5.8) auf dieselbe Weise wie die Gleichung (2.21) gelöst werden.

Für eine Strecke des gegebenen Profils, die einen Bogen der Kreisevolvente darstellt, deren Gleichungen im Koordinatensystem  $Oxy$

$$\begin{cases} x = r_0 (\cos t + t \sin t) \\ y = r_0 (\sin t - t \cos t) \end{cases} \quad (5.10)$$

sind, gilt

$$\frac{dx}{dt} = r_0 t \cos t, \quad \frac{dy}{dt} = r_0 t \sin t,$$

$$\frac{dy}{dx} = \tan t,$$

$$\frac{x(t)x'(t) + y(t)y'(t)}{R\sqrt{[x'(t)]^2 + [y'(t)]^2}} = \frac{r_0}{R}.$$

Hieraus

$$\arctan \frac{y'(t)}{x'(t)} = t$$

und aus der Gleichung (5.8) ergibt sich

$$\phi = t \pm \arccos \frac{r_0}{R} \quad \text{oder} \quad t = \phi \mp \arccos \frac{r_0}{R}. \quad (5.11)$$

Die Formeln (5.11) bestimmen den Zusammenhang des Abwälzwinkels  $\phi$  und des Wertes des Parameters  $t$ . Man erhält nämlich von diesen Formeln für den Abwälzwinkel  $\phi$  die Werte des Parameters  $t$ , die jenen Punkten des gegebenen Profils entsprechen, in denen dasselbe in der von  $\phi$  bestimmten gegenseitigen Anordnung der Koordinatensysteme vom Gegenprofil berührt werden kann. Auch umgekehrt findet man für einen gewissen  $t$  Wert die entsprechenden  $\phi$  Werte.

Ersetzt man in (5.7)  $x(t_0)$  und  $y(t_0)$  durch die entsprechenden Terme für  $x$  und  $y$  aus den Gleichungen (5.10), wobei  $t$  z.B. durch den Ausdruck  $\phi - \arccos \frac{r_0}{R}$ ,  $\phi$  aber seinerseits durch  $\frac{r}{R}\Psi$  ersetzt wird, so ergeben sich die parametrischen Gleichungen (5.12, siehe nächste Seite) mit dem Parameter  $\Psi$ , die im Koordinatensystem  $O_1x_1y_1$  das zum gegebenen Profil gesuchte Gegenprofil darstellen.

Aus (5.12) folgen die Formeln (5.13a) und (5.13b) (siehe Seite 37), die die Koordinaten des Punktes  $(x_1(\Psi), y_1(\Psi))$  im Koordinatensystem darstellen, dessen Ursprung mit dem Punkt  $O_1$  übereinstimmt und das relativ zum Koordinatensystem  $O_1x_0y_0$  um den Winkel  $\arccos \frac{r_0}{R}$  im Uhrzeigersinn gedreht ist. Diese Formeln sind nichts anderes als die Gleichungen einer Evolvente des Kreises mit dem Mittelpunkt  $O_1$  und dem Radius  $\frac{r_0 r}{R}$ , was mit Rücksicht auf die Ähnlichkeit der Gleichungen (5.8) und (2.21) auch zu erwarten war. Wir sind zu diesem Ergebnis gekommen ohne Hüllkurven verwendet zu haben.

$$\left. \begin{aligned}
 x_1(\Psi) &= r_0 \left[ \cos\left(\frac{r}{R}\Psi - \arccos\frac{r_0}{R}\right) + \left(\frac{r}{R}\Psi - \arccos\frac{r_0}{R}\right) \sin\left(\frac{r}{R}\Psi - \arccos\frac{r_0}{R}\right) \right] \times \\
 &\quad \cos\left(\frac{R+r}{R}\Psi\right) + \\
 &\quad r_0 \left[ \sin\left(\frac{r}{R}\Psi - \arccos\frac{r_0}{R}\right) - \left(\frac{r}{R}\Psi - \arccos\frac{r_0}{R}\right) \cos\left(\frac{r}{R}\Psi - \arccos\frac{r_0}{R}\right) \right] \times \\
 &\quad \sin\left(\frac{R+r}{R}\Psi\right) - \\
 &\quad (R+r)\cos\Psi = \\
 &= r_0 \left[ \cos\left(\Psi + \arccos\frac{r_0}{R}\right) - \left(\frac{r}{R}\Psi - \arccos\frac{r_0}{R}\right) \sin\left(\Psi + \arccos\frac{r_0}{R}\right) \right] - \\
 &\quad (R+r)\cos\Psi; \\
 y_1(\Psi) &= -r_0 \left[ \cos\left(\frac{r}{R}\Psi - \arccos\frac{r_0}{R}\right) + \left(\frac{r}{R}\Psi - \arccos\frac{r_0}{R}\right) \sin\left(\frac{r}{R}\Psi - \arccos\frac{r_0}{R}\right) \right] \times \\
 &\quad \sin\left(\frac{R+r}{R}\Psi\right) + \\
 &\quad r_0 \left[ \sin\left(\frac{r}{R}\Psi - \arccos\frac{r_0}{R}\right) - \left(\frac{r}{R}\Psi - \arccos\frac{r_0}{R}\right) \cos\left(\frac{r}{R}\Psi - \arccos\frac{r_0}{R}\right) \right] \times \\
 &\quad \cos\left(\frac{R+r}{R}\Psi\right) + \\
 &\quad (R+r)\sin\Psi = \\
 &= -r_0 \left[ \sin\left(\Psi + \arccos\frac{r_0}{R}\right) + \left(\frac{r}{R}\Psi - \arccos\frac{r_0}{R}\right) \cos\left(\Psi + \arccos\frac{r_0}{R}\right) \right] + \\
 &\quad (R+r)\sin\Psi,
 \end{aligned} \right\} \tag{5.12}$$

$$\begin{aligned}
 & \left\{ \begin{aligned}
 & x_1(\Psi) \cos\left(\arccos\frac{r_0}{R}\right) - y_1(\Psi) \sin\left(\arccos\frac{r_0}{R}\right) = \\
 & = r_0 \left[ \cos\Psi - \left(\frac{r}{R}\Psi - \arccos\frac{r_0}{R}\right) \sin\Psi \right] - (R+r) \cos\left(\Psi - \arccos\frac{r_0}{R}\right) = \\
 & = r_0 \cos\Psi - \frac{r_0 r}{R} \Psi \sin\Psi + r_0 \arccos\frac{r_0}{R} \sin\Psi - (R+r) \frac{r_0}{R} \cos\Psi - \\
 & \quad (R+r) \sin\Psi \sin\left(\arccos\frac{r_0}{R}\right) = \\
 & = -\frac{r_0 r}{R} (\cos\Psi + \Psi \sin\Psi) + \left[ r_0 \arccos\frac{r_0}{R} - (R+r) \sin\left(\arccos\frac{r_0}{R}\right) \right] \sin\Psi; \quad (5.13a) \\
 & x_1(\Psi) \sin\left(\arccos\frac{r_0}{R}\right) + y_1(\Psi) \cos\left(\arccos\frac{r_0}{R}\right) = \\
 & = -r_0 \left[ \sin\Psi + \left(\frac{r}{R}\Psi - \arccos\frac{r_0}{R}\right) \cos\Psi \right] + (R+r) \sin\left(\Psi - \arccos\frac{r_0}{R}\right) = \\
 & = -r_0 \sin\Psi - \frac{r_0 r}{R} \Psi \cos\Psi + r_0 \arccos\frac{r_0}{R} \cos\Psi + (R+r) \frac{r_0}{R} \sin\Psi - \\
 & \quad (R+r) \cos\Psi \sin\left(\arccos\frac{r_0}{R}\right) = \\
 & = \frac{r_0 r}{R} (\sin\Psi - \Psi \cos\Psi) + \left[ r_0 \arccos\frac{r_0}{R} - (R+r) \sin\left(\arccos\frac{r_0}{R}\right) \right] \cos\Psi. \quad (5.13b)
 \end{aligned} \right.
 \end{aligned}$$

Auch die Ergebnisse der auf der Verwendung von Fourierreihen basierenden Lösung des betrachteten Problems sollen gezeigt werden. Es gibt dazu folgende Gründe. In der oben angeführten Lösung wurde der Umstand nicht berücksichtigt, dass das gesuchte Gegenprofil nur einen eingeschränkten Bogen der gegebenen Kreisevolvente berühren darf. Es war andererseits nicht möglich festzustellen, dass mehr als ein Paar Zähne gleichzeitig miteinander in Berührung sein können. Man kann außerdem nicht sicher sein, dass auch im Falle eines von der Kreisevolvente verschiedenen Zahnprofils die Ermittlung der Lösung des Problems in einer geschlossenen Form gelingt. Die erwähnten Nachteile und Schwierigkeiten können bei der Verwendung von Fourierreihen beseitigt werden.

Es wurde bei der Verwendung von Fourierreihen nicht vom Parameter  $t$ , sondern vom Wälzwinkel  $\phi$  ausgegangen, um sicher zu sein, dass sich für jeden Wert des Wälzwinkels ein entsprechender Berührungspunkt des gegebenen und des gesuchten Profile finden lässt.<sup>5</sup>

Die Ermittlung der entsprechenden Werte<sup>6</sup> des Parameters  $t$  hatte nach der Lösung einer transzendenten Gleichung verlangt, die mittels eines einfachen Näherungsverfahrens gelöst wurde.

Wie es auch zu erwarten war, wurden für jeden der ausgewählten Werte des Wälzwinkels  $\phi$  mehrere (und zwar bis 8) verschiedene Werte des Parameters  $t$  ermittelt, von denen einige ausgesondert werden mussten, da die Bahnkurven der entsprechenden Punkte des gesuchten Profils das gegebene Profil kreuzten.<sup>7</sup>

Die Ergebnisse dieser Berechnungen wurden in Tabelle 3 in den vier breiten Spalten zusammengefasst, von denen jede die  $x_1$  und  $y_1$  Koordinaten einer und derselben Kreisevolvente gehörenden Punkte enthält. Die 15 Zeilen dieser Tabelle entsprechen den ausgewählten Werten des Wälzwinkels  $\phi$ , die in der linken (schmalen) Spalte angeführt sind. Jedes von den Kreuzungen der Zeilen und der breiten Spalten gebildete Feld ist entweder frei gelassen oder in drei ausgefüllte Subfelder unterteilt worden. Ein unausgefülltes Feld bedeutet,

<sup>5</sup> Für die gegenseitig unbeweglichen Schraubenflächen war diese Frage gegenstandslos.

<sup>6</sup> Im allgemeinen entsprechen jedem Wert des Wälzwinkels  $\phi$  mehr als ein Wert des Parameters  $t$ .

<sup>7</sup> Dies wurde anhand des im Kapitel 4. verwendeten Verfahrens festgestellt.

dass für den der Zeile entsprechenden Wert des Wälzwinkels kein tauglicher Punkt der der Spalte entsprechenden Kreisevolvente gefunden werden konnte. Ist ein Feld ausgefüllt, so enthält sein oberes Subfeld einen ermittelten Wert des Parameters  $t$ , die zwei unteren Subfelder aber enthalten die Koordinaten des entsprechenden Punkts des gesuchten Profils, wie es in der Überschrift der Tabelle gezeigt ist.

Die Überprüfung der Tatsache, dass alle Punkte, deren Koordinaten in einer und derselben breiten Spalte der Tabelle enthalten sind, ein- und derselben Kreisevolvente gehören, unterscheidet sich von der im vorigen Kapitel angeführten nicht. Man überzeugt sich ebenso leicht, dass der Abstand zwischen den Punkten der Zweige 2 und 3, die demselben Wälzwinkel entsprechen, vom letzteren praktisch unabhängig ist. Das bedeutet, dass die Punkte dieser Zweige äquidistanten Kreisevolventen gehören. Dasselbe gilt für die Zweige 1 und 4. Wie aus der Tabelle ersichtlich ist, findet die Berührung der beiden Profile bei jeder zulässigen gegenseitigen Anordnung mindestens an drei Punkten statt, wobei mindestens zwei dieser Punkte zu Kreisevolventen gehören, die nicht äquidistant sind. Daraus folgt, dass sich die ermittelten Profile in jeder unzulässigen gegenseitigen Anordnung schneiden. Damit ist eine korrekt funktionierende Verzahnung synthetisiert worden.

$\phi$	Zweig 1		Zweig 2		Zweig 3		Zweig 4	
	$l/m$		$l/m$		$l/m$		$l/m$	
	$x_1/m$	$y_1/m$	$x_1/m$	$y_1/m$	$x_1/m$	$y_1/m$	$x_1/m$	$y_1/m$
0,00	1,4698		-1,4698		3,7495			
	-30,2534	0,6935	-30,2534	-0,6935	-29,2442	2,081		
0,01	1,5402		-1,4014		3,8473			
	-30,1769	0,7211	-30,3315	-0,6647	-29,3024	2,102		
0,02	1,6131		-1,3349		3,9414			
	-30,1014	0,7477	-30,411	-0,6348	-29,3591	2,1235		
0,03	1,6879		-1,2709		4,0354			
	-30,0266	0,7732	-30,4916	-0,6038	-29,4194	2,1467		
0,04	1,7652		-1,2083		4,1269			
	-29,9534	0,7977	-30,5736	-0,5713	-29,4805	2,1708		
0,05	1,8445		-1,1486		4,217			
	-29,8815	0,8211	-30,6562	-0,538	-29,5437	2,1962		
0,06	1,9258		-1,0905		4,3046		7,3785	
	-29,8114	0,8436	-30,7411	-0,5032	-29,6075	2,2226	-30,6957	3,6600
0,07	2,0084		-1,0348		4,3897		7,4318	
	-29,7432	0,8647	-30,8261	-0,4673	-29,6725	2,2499	-30,6061	3,6878
0,08	2,0946		-0,9811		4,4729		7,4879	
	-29,6747	0,8853	-30,9129	-0,4301	-29,7387	2,2784	-30,5167	3,7147
0,09	2,1811				4,5546		7,5461	
	-29,6097	0,9045			-29,8072	2,3082	-30,4294	3,7404
0,10	2,2712				4,6338		7,6062	
	-29,544	0,9231			-29,876	2,3391	-30,3431	3,765
0,11	2,3633				4,7101		7,6683	
	-29,4803	0,9408			-29,9455	2,3708	-30,2585	3,7884
0,12	2,4579				4,785		7,7329	
	-29,4178	0,9577			-30,0168	2,404	-30,1749	3,811
0,13	2,5532				4,8578		7,7994	
	-29,3581	0,9734			-30,0895	2,4385	-30,0928	3,8324
0,14	2,6517				4,9282		7,8678	
	-29,2987	0,9885			-30,1629	2,474	-30,0122	3,8528

Tabelle 3.

## 6. Über die geometrische Bedeutung der in vorigen Kapiteln abgeleiteten Gleichungen

Die Gleichung (5.6) kann als eine die veränderlichen  $t_0$  und  $\phi_0$  verbindende implizite Funktion aufgefasst werden. Deshalb ist der Begriff einer entsprechenden (im allgemeinen mehrdeutigen) expliziten Funktion  $t = t(\phi)$  korrekt.

Es entspreche dem Wert  $\phi_0$  des Wälzwinkels ein eventueller Berührungspunkt

$$(x[t(\phi_0)], y[t(\phi_0)]), \quad (6.1)$$

dem Wert  $\phi_0 + \Delta\phi$  aber ein benachbarter eventueller Berührungspunkt

$$(x[t(\phi_0 + \Delta\phi)], y[t(\phi_0 + \Delta\phi)]). \quad (6.2)$$

Ist  $\phi = \phi_0 + \Delta\phi$ , so entspricht im Koordinatensystem  $O_1x_1y_1$  dem Punkt (6.2) ein Punkt, dessen Koordinaten aus den Formeln (5.7) ermittelt werden können. Sie ergeben sich als

$$\left\{ \begin{array}{l} x_1(\phi_0 + \Delta\phi) = x[t(\phi_0 + \Delta\phi)]\cos\left[\frac{R+r}{r}(\phi_0 + \Delta\phi)\right] + y[t(\phi_0 + \Delta\phi)]\sin\left[\frac{R+r}{r}(\phi_0 + \Delta\phi)\right] - \\ \quad (R+r)\cos\left[\frac{R}{r}(\phi_0 + \Delta\phi)\right] \\ y_1(\phi_0 + \Delta\phi) = -x[t(\phi_0 + \Delta\phi)]\sin\left[\frac{R+r}{r}(\phi_0 + \Delta\phi)\right] + y[t(\phi_0 + \Delta\phi)]\cos\left[\frac{R+r}{r}(\phi_0 + \Delta\phi)\right] + \\ \quad (R+r)\sin\left[\frac{R}{r}(\phi_0 + \Delta\phi)\right]. \end{array} \right. \quad (6.3)$$

Kehrt man nun zum Wälzwinkel  $\phi_0$  zurück, so kann man aus den Formeln (5.2) die Lage des Punktes bezüglich des Koordinatensystems  $Oxy$  ermitteln, mit dem der Punkt (6.3) jetzt übereinstimmt, und zwar:

$$\left\{ \begin{array}{l} x(\Delta\phi) = x_1(\phi_0 + \Delta\phi)\cos\left(\frac{R+r}{r}\phi_0\right) - y_1(\phi_0 + \Delta\phi)\sin\left(\frac{R+r}{r}\phi_0\right) + (R+r)\cos\phi_0 = \\ \quad = x[t(\phi_0 + \Delta\phi)]\cos\left(\frac{R+r}{r}\Delta\phi\right) + y[t(\phi_0 + \Delta\phi)]\sin\left(\frac{R+r}{r}\Delta\phi\right) - \\ \quad (R+r)\cos\left(\frac{R}{r}\Delta\phi - \phi_0\right) + (R+r)\cos\phi_0 \\ y(\Delta\phi) = x_1(\phi_0 + \Delta\phi)\sin\left(\frac{R+r}{r}\phi_0\right) + y_1(\phi_0 + \Delta\phi)\cos\left(\frac{R+r}{r}\phi_0\right) + (R+r)\sin\phi_0 = \\ \quad = -x[t(\phi_0 + \Delta\phi)]\sin\left(\frac{R+r}{r}\Delta\phi\right) + y[t(\phi_0 + \Delta\phi)]\cos\left(\frac{R+r}{r}\Delta\phi\right) + \\ \quad (R+r)\sin\left(\frac{R}{r}\Delta\phi - \phi_0\right) + (R+r)\sin\phi_0. \end{array} \right. \quad (6.4)$$

Durchläuft  $\Delta\phi$  eine (genügend kleine) Umgebung der Null, so umschreibt der Punkt (6.4) bezüglich des Koordinatensystems  $Oxy$  einen Bogen, der den Punkt (6.1) enthält. Übergeht man in den Formeln (6.4) die Zwischenergebnisse, so entstehen die parametrischen Gleichungen dieses Bogens, in denen  $\Delta\phi$  die Rolle des Parameters spielt. Dieser Bogen stellt aber nichts anderes als eine Strecke des gesuchten Gegenprofils

dar, die durch den Punkt (6.1) geht. Die Steigung dieser Kurve kann als  $\frac{dy(\Delta\phi)}{d(\Delta\phi)} / \frac{dx(\Delta\phi)}{d(\Delta\phi)}$  ermittelt werden. Wir schreiben dazu die Terme für die beiden Ableitungen:

$$\begin{aligned} \frac{dx(\Delta\phi)}{d(\Delta\phi)} &= \frac{dx}{dt} \Big|_{t=t(\phi_0+\Delta\phi)} \cdot \frac{dt}{d\phi} \Big|_{\phi=\phi_0+\Delta\phi} \cdot \cos\left(\frac{R+r}{r}\Delta\phi\right) - x[t(\phi_0+\Delta\phi)] \frac{R+r}{r} \sin\left(\frac{R+r}{r}\Delta\phi\right) + \\ &\frac{dy}{dt} \Big|_{t=t(\phi_0+\Delta\phi)} \cdot \frac{dt}{d\phi} \Big|_{\phi=\phi_0+\Delta\phi} \cdot \sin\left(\frac{R+r}{r}\Delta\phi\right) + y[t(\phi_0+\Delta\phi)] \frac{R+r}{r} \cos\left(\frac{R+r}{r}\Delta\phi\right) + \\ &\frac{R}{r}(R+r) \sin\left(\frac{R}{r}\Delta\phi - \phi_0\right); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{dy(\Delta\phi)}{d(\Delta\phi)} &= \frac{dx}{dt} \Big|_{t=t(\phi_0+\Delta\phi)} \cdot \frac{dt}{d\phi} \Big|_{\phi=\phi_0+\Delta\phi} \cdot \sin\left(\frac{R+r}{r}\Delta\phi\right) - x[t(\phi_0+\Delta\phi)] \frac{R+r}{r} \cos\left(\frac{R+r}{r}\Delta\phi\right) + \\ &\frac{dy}{dt} \Big|_{t=t(\phi_0+\Delta\phi)} \cdot \frac{dt}{d\phi} \Big|_{\phi=\phi_0+\Delta\phi} \cdot \cos\left(\frac{R+r}{r}\Delta\phi\right) - y[t(\phi_0+\Delta\phi)] \frac{R+r}{r} \sin\left(\frac{R+r}{r}\Delta\phi\right) + \\ &\frac{R}{r}(R+r) \cos\left(\frac{R}{r}\Delta\phi - \phi_0\right). \end{aligned}$$

Setzt man in den vorigen Formeln  $\Delta\phi = 0$ , so ergibt sich

$$\begin{aligned} \frac{dx(\Delta\phi)}{d(\Delta\phi)} \Big|_{\Delta\phi=0} &= \frac{dx}{dt} \Big|_{t=t(\phi_0)} \cdot \frac{dt}{d\phi} \Big|_{\phi=\phi_0} + \frac{R+r}{r} \{y[t(\phi_0)] - R \sin \phi_0\}, \\ \frac{dy(\Delta\phi)}{d(\Delta\phi)} \Big|_{\Delta\phi=0} &= \frac{dy}{dt} \Big|_{t=t(\phi_0)} \cdot \frac{dt}{d\phi} \Big|_{\phi=\phi_0} - \frac{R+r}{r} \{x[t(\phi_0)] - R \cos \phi_0\}. \end{aligned}$$

Aus der letzten Formel folgt mit Rücksicht auf die Gleichung (5.6)

$$\begin{aligned} \frac{dy(\Delta\phi)}{d(\Delta\phi)} \Big|_{\Delta\phi=0} &= \frac{dy}{dt} \Big|_{t=t(\phi_0)} \cdot \frac{dt}{d\phi} \Big|_{\phi=\phi_0} + \frac{R+r}{r} \frac{dy}{dx} \Big|_{t=t(\phi_0)} \{y[t(\phi_0)] - R \sin \phi_0\} = \\ &= \frac{dy}{dx} \Big|_{t=t(\phi_0)} \left\{ \frac{dx}{dt} \Big|_{t=t(\phi_0)} \cdot \frac{dt}{d\phi} \Big|_{\phi=\phi_0} + \frac{R+r}{r} \{y[t(\phi_0)] - R \sin \phi_0\} \right\}. \end{aligned}$$

So ist die Steigung der Kurve (6.4) im Punkt (6.1)

$$\frac{\frac{dy(\Delta\phi)}{d(\Delta\phi)} \Big|_{\Delta\phi=0}}{\frac{dx(\Delta\phi)}{d(\Delta\phi)} \Big|_{\Delta\phi=0}} = \frac{dy}{dx} \Big|_{t=t(\phi_0)}, \quad (6.5)$$

und stimmt mit der Steigung des gegebenen Profils überein.

Somit ist der Satz bewiesen: Sind alle Punkte eines (genügend kleinen) Bogens des gegebenen Profils eventuelle Berührungspunkte und geht in einer zulässigen gegenseitigen Anordnung der Zahnräder das ermittelte

Profil durch einen dieser Punkte, so berühren sich (haben eine gemeinsame momentane Tangente) in diesem Punkt das gegebene Profil und das ermittelte.<sup>8</sup>

Im Fall der gegenseitig unbeweglichen Schraubenflächen ist die Existenz der gemeinsamen Tangente offenbar gewesen, da die gesuchte Oberfläche von Schraubenlinien gebildet wurde, die alle die gegebene Oberfläche berühren sollten. Für die gegenseitig beweglichen Zylinder muss die Tatsache bewiesen werden, da man über das gesuchte Profil nichts im Voraus behaupten kann.

Nachdem die Existenz der gemeinsamen Tangente festgestellt ist, kann man sich den geometrischen Sinn der Gleichungen (2.21) und (5.8) klarmachen. Wir schreiben nämlich die Gleichung (2.21) als

$$\frac{k}{1-k} L \sin \left[ \arctan \frac{\rho'(\zeta)}{\rho(\zeta)} - \left( \zeta + \frac{2\pi}{T} z \right) \right] = \rho(\zeta) \sin \left[ \arctan \frac{\rho'(\zeta)}{\rho(\zeta)} \right] \quad (6.6)$$

um und betrachten die Abbildung 2. Auf dieser Abbildung sollen die Kreise, deren Mittelpunkte  $O$  bzw.  $O_1$  sind, die Polbahnen, der Punkt  $P$  aber den Momentanpol einer Verzahnung zweier zylindrischen Räder darstellen.  $C$  sei der momentane Berührungspunkt der Zähne der Räder, die durch die Punkte  $Q$  und  $Q_1$  verlaufende Gerade aber die momentane gemeinsame Tangente. Verläuft die Gerade  $AB$  durch  $C$  senkrecht zum Radiusvektor  $OC$ , so gilt

$$\alpha = \arctan \frac{\rho'(\zeta)}{\rho(\zeta)}.$$

Hieraus folgt, dass der rechte Teil der Gleichung (6.6) nichts anderes als die Projektion  $CQ$  des Radiusvektors  $OC$  auf die momentane gemeinsame Tangente darstellt. Die Koordinatenachsen können immer so gewählt werden, dass

$$\beta = \arctan \frac{\rho'(\zeta)}{\rho(\zeta)} - \left( \zeta + \frac{2\pi}{T} z \right)$$

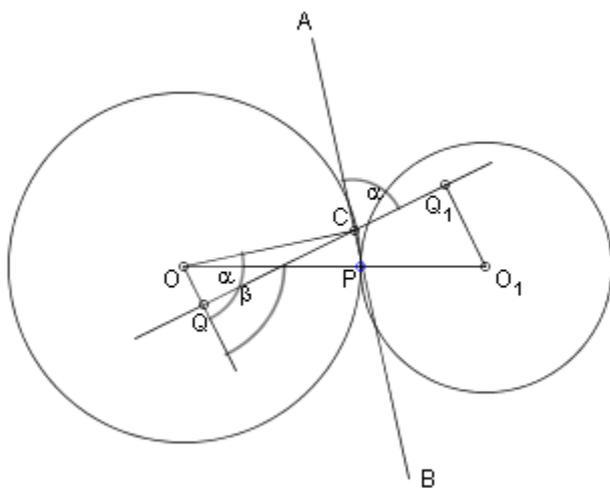


Abb. 2

gilt. Andererseits ist  $L \sin \beta$  gleich der Projektion  $QQ_1$  des Achsabstandes  $OO_1$  auf die momentane gemeinsame Tangente. Somit drückt die Gleichung (6.6) die geometrische Beziehung

<sup>8</sup> Dabei ist die Möglichkeit keineswegs ausgeschlossen, dass sich die beiden Profile im selben Punkt schneiden.

$$\frac{k}{1-k} \overrightarrow{QQ_1} = \overrightarrow{CQ}$$

aus. Es gilt folglich

$$\overrightarrow{CQ_1} = \overrightarrow{CQ} + \overrightarrow{QQ_1} = \frac{1}{1-k} \overrightarrow{QQ_1}$$

oder

$$\overrightarrow{CQ} = k \overrightarrow{CQ_1}.$$

Somit lässt sich der Satz formulieren: Bilden zwei Schraubenzahnräder mit gleichlaufenden Achsen eine reguläre Verzahnung, so teilt in jeder zu diesen Achsen senkrechten Ebene der Berührungspunkt die Projektion des Achsabstandes auf die gemeinsame Tangente im Verhältnis, das der Übersetzung der Verzahnung gleich ist. Im Falle zylindrischen Zahnräder gilt dies für momentane Tangenten und momentane Berührungspunkte. Da der Momentanpol im derselben Verhältnis den Achsabstand teilt, kann im letzteren Falle der Satz auch anders lauten und zwar: Bilden zwei zylindrische Zahnräder mit gleichlaufenden Achsen eine reguläre Verzahnung, so stimmt die Projektion des Momentanpols auf die momentane gemeinsame Tangente immer mit dem momentanen Berührungspunkt überein.

## 7. Nochmals über den Fall des kreisevolventigen Zahnprofils

Es wurde am Ende des 4. Kapitels festgestellt, dass das Gegenprofil der gegebenen Kreisevolvente einer Kreisevolvente ganz nah ist. Es wurde außerdem festgestellt, dass der geometrische Ort der Berührungspunkte der beiden die synthetisierte Verzahnung bildenden (miteinander im Eingriff stehenden) Zahnräder einer Geraden ganz nah ist. Wir beweisen jetzt, dass es sich bei diesen beiden Ergebnissen um keinen Zufall handelt, und, dass zwangsläufig das Gegenprofil eine Kreisevolvente, aber der geometrische Ort der Berührungspunkte eine Gerade darstellen müssen.

Wir ersetzen deswegen in den Gleichungen (2.1) den Parameter  $z$  durch den im 2. Kapitel gewonnenen Ausdruck

$$\frac{T}{2\pi} \left\{ \arcsin \left[ \frac{T_1 - T}{T L \sqrt{[\rho(\zeta)]^2 + [\rho'(\zeta)]^2}} \rho'(\zeta) \rho(\zeta) \right] + \arctan \frac{\rho'(\zeta)}{\rho(\zeta)} - \zeta \right\}.$$

Daraus ergeben sich die allgemein (für beliebige  $\rho(\zeta)$ ) geltenden Gleichungen

$$\begin{cases} x = \rho(\zeta) \cos \left[ \arcsin \frac{(T_1 - T) \rho'(\zeta) \rho(\zeta)}{T L \sqrt{[\rho(\zeta)]^2 + [\rho'(\zeta)]^2}} + \arctan \frac{\rho'(\zeta)}{\rho(\zeta)} \right] \\ y = \rho(\zeta) \sin \left[ \arcsin \frac{(T_1 - T) \rho'(\zeta) \rho(\zeta)}{T L \sqrt{[\rho(\zeta)]^2 + [\rho'(\zeta)]^2}} + \arctan \frac{\rho'(\zeta)}{\rho(\zeta)} \right], \\ z = \frac{T}{2\pi} \left[ \arcsin \frac{(T_1 - T) \rho'(\zeta) \rho(\zeta)}{T L \sqrt{[\rho(\zeta)]^2 + [\rho'(\zeta)]^2}} + \arctan \frac{\rho'(\zeta)}{\rho(\zeta)} - \zeta \right] \end{cases}, \quad (7.1)$$

die die Linie bestimmen, in deren Punkten die Berührung der die Verzahnung bildenden Schraubenflächen stattfinden kann (doch nicht unbedingt muss).

Betrachten wir jetzt den Fall, dass  $\rho(\zeta)$  ( $\zeta_0 < \zeta < \zeta_1$ ) einen Bogen einer Kreisevolvente, und zwar die Flanke eines Zahnradzahnes, in Polarkoordinaten darstellt. Wir wechseln dabei zu den parametrischen Gleichungen

$$\begin{cases} x = r(\cos \phi + \phi \sin \phi) \\ y = r(\sin \phi - \phi \cos \phi) \end{cases} \quad (7.2)$$

der Kreisevolvente in einem kartesischen Koordinatensystem mit dem Wälzwinkel  $\phi$  als Parameter. Da wir offenbar nur eine Flanke des Zahnes zu betrachten brauchen, decken die Gleichungen (7.2) alle unsere weiteren Bedürfnisse ab. Es gelten bei dieser Einschränkung, wie am Ende des 3. Kapitels bemerkt wurde, die folgenden Beziehungen:

$$\begin{aligned} \rho(\zeta) &= r\sqrt{1+\phi^2}, \\ \frac{\rho'(\zeta)\rho(\zeta)}{\sqrt{[\rho(\zeta)]^2 + [\rho'(\zeta)]^2}} &= r \operatorname{sign} \rho'(\zeta), \\ \arctan \frac{\rho'(\zeta)}{\rho(\zeta)} &= \frac{\pi}{2} - \arctan \phi, \\ \zeta &= \phi - \arctan \phi + \tilde{\zeta}, \end{aligned}$$

wobei  $\tilde{\zeta}$  den dem Anfangspunkt der Evolvente entsprechenden Polarwinkel bezeichnet.

Nehmen wir an, dass für die betrachtete Zahnflanke  $\rho'(\zeta) > 0$  gilt, und benennen wir

$$\alpha = \arcsin \frac{(T_1 - T)r}{TL} + \frac{\pi}{2},$$

so ergeben sich aus den bekannten Formeln der Trigonometrie die Gleichungen (7.3).

Somit sind alle drei Veränderlichen  $x, y, z$  lineare Funktionen eines Parameters  $\phi$ , und (7.3) stellen drei parametrische Gleichungen einer Geraden dar. Um zu beweisen, dass das Gegenprofil eine Kreisevolvente darstellt, gehen wir davon aus, dass eine Zahnflanke des zu ermittelnden Zahnrades als Resultat einer Schraubung der Geraden (7.3) um die Gerade

$$\begin{cases} x = L \\ y = 0 \end{cases}$$

(die Achse  $O_1z_1$ ) betrachtet werden kann.

$$\begin{cases} x = \rho(\zeta) \cos \left[ \arcsin \frac{(T_1 - T)\rho'(\zeta)\rho(\zeta)}{TL\sqrt{[\rho(\zeta)]^2 + [\rho'(\zeta)]^2}} + \arctan \frac{\rho'(\zeta)}{\rho(\zeta)} \right] = \\ = r\sqrt{1+\phi^2} \cos \left[ \arcsin \frac{(T_1 - T)r}{TL} + \frac{\pi}{2} - \arctan \phi \right] = r(\cos \alpha + \phi \sin \alpha) \\ y = \rho(\zeta) \sin \left[ \arcsin \frac{(T_1 - T)\rho'(\zeta)\rho(\zeta)}{TL\sqrt{[\rho(\zeta)]^2 + [\rho'(\zeta)]^2}} + \arctan \frac{\rho'(\zeta)}{\rho(\zeta)} \right] = \\ = r\sqrt{1+\phi^2} \sin \left[ \arcsin \frac{(T_1 - T)r}{TL} + \frac{\pi}{2} - \arctan \phi \right] = r(\sin \alpha - \phi \cos \alpha) \\ z = \frac{T}{2\pi} \left[ \arcsin \frac{(T_1 - T)\rho'(\zeta)\rho(\zeta)}{TL\sqrt{[\rho(\zeta)]^2 + [\rho'(\zeta)]^2}} + \arctan \frac{\rho'(\zeta)}{\rho(\zeta)} - \zeta \right] = \\ = \frac{T}{2\pi} (\alpha - \phi - \tilde{\zeta}) \end{cases} \quad (7.3)$$

Der Schraubengang soll dabei  $T_1$  sein. Wechseln wir zum Koordinatensystem  $O_1 x_1 y_1 z_1$ , so sind die Gleichungen der Geraden (7.3)

$$\begin{cases} x_1 = r(\cos \alpha + \phi \sin \alpha) - L \\ y_1 = r(\sin \alpha - \phi \cos \alpha) \\ z_1 = \frac{T}{2\pi}(\alpha - \phi - \tilde{\zeta}) \end{cases} \quad (7.4)$$

Versetzt man die Gerade (7.4) in die oben erwähnte Schraubung, so entsteht eine Schraubenfläche, deren Gleichungen im Koordinatensystem  $O_1 x_1 y_1 z_1$

$$\begin{cases} x_1 = r(\cos \alpha + \phi \sin \alpha) \cos \varphi - r(\sin \alpha - \phi \cos \alpha) \sin \varphi - L \cos \varphi \\ y_1 = r(\cos \alpha + \phi \sin \alpha) \sin \varphi + r(\sin \alpha - \phi \cos \alpha) \cos \varphi - L \sin \varphi \\ z_1 = \frac{T}{2\pi} \left( \alpha - \phi - \tilde{\zeta} + \frac{T_1}{T} \varphi \right) \end{cases} \quad (7.5)$$

oder

$$\begin{cases} x_1 = r[\cos(\varphi + \alpha) + \phi \sin(\varphi + \alpha)] - L \cos \varphi \\ y_1 = r[\sin(\varphi + \alpha) - \phi \cos(\varphi + \alpha)] - L \sin \varphi \\ z_1 = \frac{T}{2\pi} \left( \alpha - \phi - \tilde{\zeta} + \frac{T_1}{T} \varphi \right) \end{cases} \quad (7.6)$$

sind.  $\phi$  und  $\varphi$  sind zwei unabhängige Parameter.

Offenbar sind alle zur  $O_1 z_1$ -Achse senkrechten Querschnitte der Schraubenfläche (7.6) einander kongruent. Deshalb reicht die Ermittlung eines beliebigen dieser Querschnitte aus. Unter anderem auch des dem Wert

$$z_1 = -\frac{T}{2\pi} \left( \frac{T_1 - T}{T} \alpha + \tilde{\zeta} \right)$$

entsprechenden Querschnitts. Ist aber diese Gleichheit erfüllt, so gilt

$$\phi = \frac{T_1}{T}(\varphi + \alpha).$$

Es gilt außerdem 
$$L = \frac{(T_1 - T)r}{T \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right)} = -\frac{(T_1 - T)r}{T \cos \alpha}.$$

Es ergibt sich nach der Substitution der zwei letzteren Ausdrücke in (7.6):

$$\begin{aligned}
 x_1 &= r \left[ \cos(\varphi + \alpha) + \frac{T_1}{T}(\varphi + \alpha)\sin(\varphi + \alpha) \right] + \frac{(T_1 - T)}{T \cos \alpha} \cos \varphi = \\
 &= \frac{T_1}{T} r \left[ \cos(\varphi + \alpha) + (\varphi + \alpha)\sin(\varphi + \alpha) \right] + r \cos(\varphi + \alpha) - \frac{T_1}{T} r \cos(\varphi + \alpha) + \frac{(T_1 - T)r}{T \cos \alpha} \cos \varphi = \\
 &= \frac{T_1}{T} r \left[ \cos(\varphi + \alpha) + (\varphi + \alpha)\sin(\varphi + \alpha) \right] - \frac{(T_1 - T)r}{T} \cos(\varphi + \alpha) + \frac{(T_1 - T)r}{T \cos \alpha} \cos \varphi = \\
 &= \frac{T_1}{T} r \left[ \cos(\varphi + \alpha) + (\varphi + \alpha)\sin(\varphi + \alpha) \right] - \frac{(T_1 - T)r}{T \cos \alpha} (\cos \varphi \cos^2 \alpha - \sin \varphi \sin \alpha \cos \alpha - \cos \varphi) = \\
 &= \frac{T_1}{T} r \left[ \cos(\varphi + \alpha) + (\varphi + \alpha)\sin(\varphi + \alpha) \right] + \frac{(T_1 - T)r}{T \cos \alpha} (\cos \varphi \sin^2 \alpha + \sin \varphi \sin \alpha \cos \alpha) = \\
 &= \frac{T_1}{T} r \left[ \cos(\varphi + \alpha) + (\varphi + \alpha)\sin(\varphi + \alpha) \right] + \frac{(T_1 - T)r}{T} \operatorname{tg} \alpha \sin(\varphi + \alpha), \tag{7.7a}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 y_1 &= r \left[ \sin(\varphi + \alpha) - \frac{T_1}{T}(\varphi + \alpha)\cos(\varphi + \alpha) \right] + \frac{(T_1 - T)r}{T \cos \alpha} \sin \varphi = \\
 &= \frac{T_1}{T} r \left[ \sin(\varphi + \alpha) - (\varphi + \alpha)\cos(\varphi + \alpha) \right] + r \sin(\varphi + \alpha) - \frac{T_1}{T} r \sin(\varphi + \alpha) + \frac{(T_1 - T)r}{T \cos \alpha} \sin \varphi = \\
 &= \frac{T_1}{T} r \left[ \sin(\varphi + \alpha) - (\varphi + \alpha)\cos(\varphi + \alpha) \right] - \frac{(T_1 - T)r}{T} \sin(\varphi + \alpha) + \frac{(T_1 - T)r}{T \cos \alpha} \sin \varphi = \\
 &= \frac{T_1}{T} r \left[ \sin(\varphi + \alpha) - (\varphi + \alpha)\cos(\varphi + \alpha) \right] - \frac{(T_1 - T)r}{T \cos \alpha} (\sin \varphi \cos^2 \alpha + \cos \varphi \sin \alpha \cos \alpha - \sin \varphi) = \\
 &= \frac{T_1}{T} r \left[ \sin(\varphi + \alpha) - (\varphi + \alpha)\cos(\varphi + \alpha) \right] - \frac{(T_1 - T)r}{T \cos \alpha} (\cos \varphi \sin \alpha \cos \alpha - \sin \varphi \sin^2 \alpha) = \\
 &= \frac{T_1}{T} r \left[ \sin(\varphi + \alpha) - (\varphi + \alpha)\cos(\varphi + \alpha) \right] - \frac{(T_1 - T)r}{T} \operatorname{tg} \alpha \cos(\varphi + \alpha). \tag{7.7b}
 \end{aligned}$$

Die gewonnenen Ausdrücke sind nichts anderes als parametrische Gleichungen einer Kreisevolvente, wobei der Radius des zu entwickelnden Kreises  $\frac{T_1}{T} r$  ist. Damit ist alles bewiesen, was zu beweisen war.

Die beiden soeben bewiesenen Behauptungen sind auch in der Fachliteratur zu finden. Doch die Beweise scheinen mehr spekulativ als formal zu sein. Die nun angeführten formalen Beweise bekräftigen die Allgemeinheit des in diesem Werk entwickelten Verfahrens.

## 8. Literaturverzeichnis

- [1] Sperling, F.: *Über die analytische Behandlung des allgemeinen Verzahnungsproblems bei beliebiger Lage der Drehachsen*. Dissertation, 1959.
- [2] Häussler, U.: *Generalisierte Berechnung räumlicher Verzahnungen und ihre Anwendung auf Wälzfräserherstellung und Wälzfräsen*, 1999.
- [3] Faydor L. Litvin: *Theory of Gearing*, 1989.
- [4] David B. Dooner, Ali A. Seireg: *The kinematic geometry of gearing*, 1995.
- [5] Brandner, G.: *Räumliche Verzahnungen*. Dissertation, 1981.
- [6] *A general theory of the kinematics and geometry of gears in three dimensions*. By A. Dyson, 1969.
- [7] *A geometric theory of conjugate tooth surfaces*. By Wu Da-ren, Luo Jia-shun, 1992
- [8] Hirschmann, K.-H. *Beitrag zur Berechnung der Geometrie von evolventen Verzahnungen*. Dissertation, 1977.
- [9] Steffens, R. *Die Profilsteigungsfunktion ein neuer Weg zur analytischen Bestimmung und Optimierung allgemeiner Profilflankenpaarungen*. Dissertation, 1993.
- [10] Hoschek, J. *Zur Ermittlung von Hüllgebilden in der Kinematik*. Dissertation, 1964.

# FAMOS - ein ganzheitlicher Ansatz zum Fehlermanagement



**Dipl.-Ing.(FH) Andreas Plach<sup>1</sup>**  
**Prof. Dr.-Ing. Rüdiger Hornfeck<sup>1</sup>**  
**Prof. Dr.-Ing. Frank Rieg<sup>2</sup>**  
**Prof. Dr. habil. Jörg Roth<sup>1</sup>**

<sup>1</sup> Georg-Simon-Ohm-Hochschule Nürnberg  
Fakultät Maschinenbau und Versorgungstechnik  
Fakultät Informatik

<sup>2</sup> Universität Bayreuth  
Fakultät für Angewandte Naturwissenschaften (FAN)

Da es keine unfehlbaren Mitarbeiter gibt, werden Fehler gemacht. Entstandene Fehler schmälern den Gewinn, schaden dem Image und verzögern die Produktfertigung. Erfolgreiche Unternehmen unterscheiden sich von weniger erfolgreichen Unternehmen auch dadurch, wie sie mit dem Fehlerwissen umgehen und durch welche Maßnahmen Fehler zukünftig vermieden werden. Von den Fakultäten Maschinenbau/Versorgungstechnik und Informatik der Georg-Simon-Ohm-Hochschule Nürnberg wurde das Projekt FAMOS bearbeitet. Mit den zugrundeliegenden Methoden und der dazu erstellten Software ist es zukünftig möglich, Fehlerursachen und -maßnahmen umfassend und effizient zu bestimmen und Fehler nachhaltig zu vermeiden. Dies führt zu einer Steigerung der Produktqualität und einer Minimierung der kostenintensiven Fehlerrate.



### 1. Einleitung

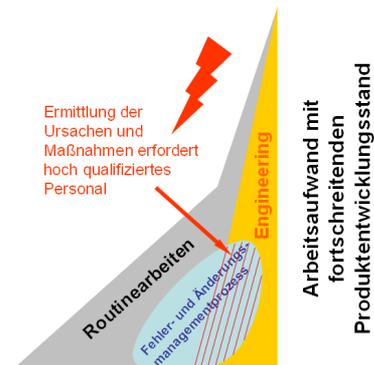
Der Unternehmer Alfred Krupp hatte bereits zu Beginn des 20ten Jahrhunderts ein sehr humanes Verständnis bezüglich der Fehlerereignisse, indem er formulierte:

„Wer arbeitet macht Fehler. Wer viel arbeitet, macht viele Fehler. Nur wer die Hände in den Schoß legt, macht gar keine Fehler.“

Allerdings kosten Fehler den Unternehmen viel Geld und schmälern damit das Betriebsergebnis. So führen ca. 80% der Produktfehler aus der Entwicklungs- und Planungsphase zu teils kostspieligen Änderungen [1]. Zudem bleiben Fehler nicht immer innerhalb der Firma verborgen, sondern werden auch z.T. nach außen wirksam, wenn sich zum Beispiel durch Fehler die Produktauslieferung verzögert oder der Fehler erst beim Kunden auftritt. In diesem Fall geht ein Imageverlust einher, da der Kunde damit eine schlechtere Produktqualität verbindet, oder er verliert das Vertrauen in die Kompetenz des Herstellers. Ein Beispiel, was fast jeden von uns betrifft, sind die Rückrufaktionen der Automobilhersteller. Bleibt das Gaspedal aufgrund einer ungenügend konstruierten Fußmattenbefestigung hängen und wird dadurch das Leben der Fahrzeuginsassen gefährdet, kann das zum einen bedeuten, dass der Hersteller zu Schadensersatzzahlungen verurteilt wird. Zum anderen werden sicherlich nach Bekanntwerden dieses Schadensfalls auch potentielle Kunden vom Kauf des Fahrzeugs abspringen und das Konkurrenzprodukt erwerben.

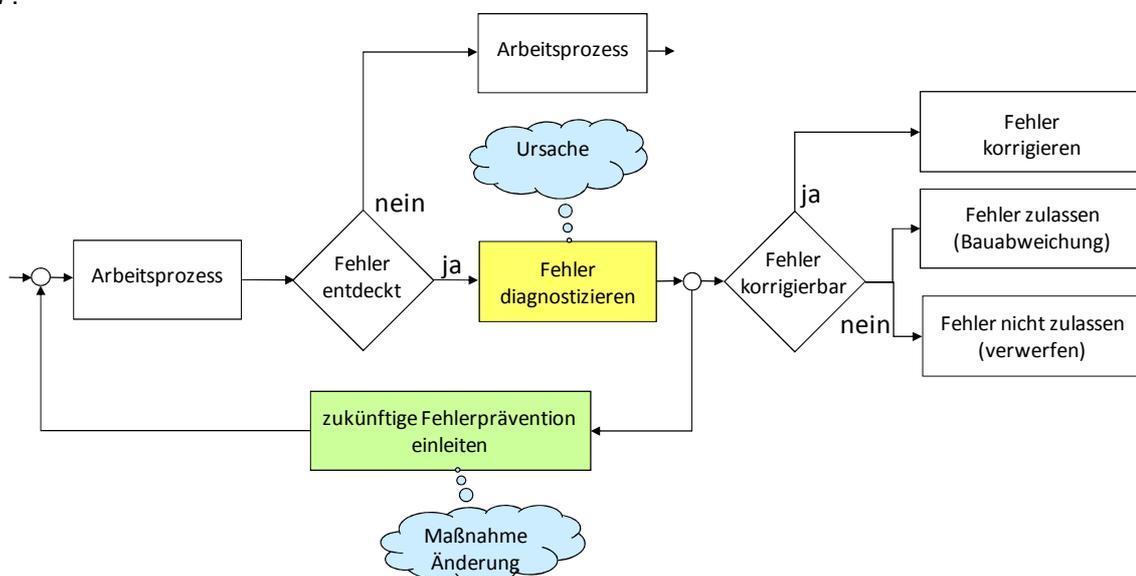
Erfolgreiche Unternehmen unterscheiden sich von weniger erfolgreichen Unternehmen auch dadurch, dass sie versuchen, ein wirkungsvolles Fehlermanagementsystem aufzubauen. Das Ziel ist dabei, Fehlerprävention zu betreiben. Entstandene Fehler dürfen sich nicht wiederholen. Das Motto ist: „Fehler darf man machen, aber den gleichen Fehler nicht zweimal“.

Allerdings haben Erfahrung und Firmenumfragen innerhalb des Projektes FAMOS gezeigt, dass gerade für die Fehlerursachenerforschung und für die wirkungsvolle Maßnahmeneinleitung in den Unternehmen und speziell in den KMUs bedingt durch das hektische „Tagesgeschäft“ wenig Zeit bleibt und das notwendige Verständnis für die Wirksamkeit eines effektiven Fehlermanagementprozesses gemäß Abbildung 1 fehlt. Darüber hinaus versucht man die „Null-Fehler Philosophie“ in der Fertigung durch einen erhöhten Qualitätssicherungsaufwand zu erreichen.



**Abbildung 2: Engineering-Anteil im Fehler- und Änderungsmanagementprozess**

Bei der Abarbeitung des Fehlermanagementprozesses entstehen neben zahlreichen Routinearbeiten wie das Anlegen der Fehlermeldung, die Problembeschreibung oder der Reklamation auch kreative Arbeiten wie das Auffinden der Ursachen oder das Definieren der kurzfristigen und langfristigen Maßnahmen. Gerade diese Arbeiten werden aufgrund mangelnder Zeit und Mitarbeiterkompetenz vernachlässigt, was zu keiner nachhaltigen Fehlervermeidung führt (Abbildung 2).



**Abbildung 1: Fehlermanagementprozess**

Damit jeder Mitarbeiter entsprechend dem firmenspezifischen Workflow Fehler einfach, verständlich und schnell melden kann, firmenspezifisches Fehlerwissen genutzt werden kann, Ursachen und Maßnahmen fehlerspezifisch aus einer Datenbank vorgeschlagen werden, wurde zwischen 2007 und 2010 von der Georg-Simon-Ohm-Hochschule das Projekt FAMOS bearbeitet, das das Bundesministerium für Bildung und Forschung (BMBF) förderte. Hier wurde eine expertenbasierte Fehlermethode erarbeitet, mit der rechnergestützt Fehler strukturiert gemeldet werden können und der Bearbeiter Ursachen und Maßnahmen aus bereits vergangenen, ähnlichen Fehlerfällen genannt bekommt.

## 2. Stand der Technik

Im Folgenden wird der Stand der Technik im Bezug auf das Fehlermanagement kurz dargestellt. Die Aufzählung erhebt keinen Anspruch auf Vollständigkeit, zeigt jedoch die prinzipiellen Vorgehensweisen für das Managen von Fehlern.

### 2.1. Papierbasierte Methoden

Im Hinblick auf das Fehlermanagement, d.h. die Handhabung bereits vorliegender Fehlerfälle, werden in der Literatur unterschiedliche Konzepte angegeben.

Eine der einfachsten Vorgehensweisen ist die Fehlersammelliste [2]. Hierin werden alle auftretenden Fehlerarten katalogisiert und bei einem neuerlichen Auftreten mithilfe von Strichlisten festgehalten. Durch statistische Auswertungen können dann Fehlerschwerpunkte aufgedeckt werden und Gegenmaßnahmen eingeleitet werden.

Eine Möglichkeit in diesem Zusammenhang Fehler systematisch zu speichern, beinhaltet Fehlerschlüssel [2]. Hiermit ist es möglich, je Fehlerbild, alphanumerische Zeichenfolgen zu hinterlegen, welche dann bei Auftreten des Fehlers zur Speicherung in eine Software eingegeben werden können.

Der 8D-Report ist u.a. durch den Verband der Automobilindustrie (VDA) standardisiert worden und soll dazu dienen, ausgehend vom vorliegenden Fehlerfall und mittels eines interdisziplinären Teams Ursachen und Maßnahmen zu ermitteln [3]. Durch die schrittweise Abarbeitung der achtgliedrigen Vorgehensweise wird sichergestellt, dass kein relevanter Punkt vergessen wird und der Workflow eingehalten wird.

Die Frequenz-Relevanz-Analyse für Probleme (FRAP) wird verwendet, um Fehler nach Häufigkeit und Wichtigkeit zu sortieren [4]. Hierzu werden Kunden mittels Fragebögen gebeten, die jeweils wichtigsten bzw. häufigsten Probleme zu nennen. Mithilfe von statistischen Auswertungen werden darauf-

hin die dringlichsten Probleme identifiziert und mit geeigneten Maßnahmen beseitigt.

Die vorwiegend für die Fehlerprävention eingesetzte Fehlermöglichkeits- und Einflussanalyse (FMEA) kann auch für das Fehlermanagement eingesetzt werden [5]. Im interdisziplinären Team wird anhand eines Formblattes das Fehlerbild festgehalten und Ursachen und Maßnahmen gefunden. Durch subjektive Einschätzungen des Teams wird bestimmt wie hoch die Schwere, die Auftretens- und die Entdeckungswahrscheinlichkeit des Fehlers eingeschätzt werden. Nach Durchführung der Maßnahmen werden dann die drei Kennzahlen noch einmal gebildet und der Unterschied zur ursprünglichen Situation festgestellt.

Die Fehlerbaumanalyse (FTA) führt ausgehend von einem unerwünschten Ereignis zum jeweiligen verursachenden Bauteil [6]. Die FTA bedient sich dabei umfangreicher grafischer Mittel, mit deren Hilfe die Wirkungskette (der Fehlerbaum) bis zum verursachenden Bauteil aufgezeigt und erstellt wird.

Ein weiterer Ansatz, bei dem das interdisziplinäre Team im Vordergrund steht, ist der Qualitätszirkel [2]. Hierbei werden freiwillige Mitarbeiter innerhalb eines Arbeitskreises mit der Abarbeitung von Problemfällen im Unternehmen betraut.

### 2.2. Ansätze und Software aus der Forschung

Neuere auf wissenschaftlicher Grundlage entstandene Konzepte versuchen mithilfe von Software auf in der Vergangenheit gesammeltes Fehlerwissen zuzugreifen und dieses Wissen auf aktuelle Fehlerfälle anzupassen. Diese Ansätze sind vorwiegend in Forschungsarbeiten zu finden.

So beschreibt Orendi [7] einen alphanumerischen Fehlerschlüssel, welcher es erlaubt, eine per Software abgesetzte Fehlermeldung exakt zu klassifizieren und daraus einen Fehlerkatalog zu erstellen. Dieser Fehlerkatalog kann dann manuell nach bereits vorhandenen Fehlern durchsucht werden.

Einen weiteren aus drei Positionen bestehenden Fehlerschlüssel zur Fehlererfassung beschreibt Laschet [8]. Weiterhin beschreibt Laschet den Aufbau und die Möglichkeiten eines neuartigen Kennzahlensystems, um Fehler zu bewerten.

Das aus unterschiedlichen Komponenten bestehende Qualitätsmanagement-System WibQus [9], beinhaltet unter anderem das Tool zur wissenschaftlichen Fehleranalyse CAFA. Durch eine Aufbereitung des bereits vorhandenen Fehlerwissens können Fehler und Ursachen durch eine Kausalkette bestimmt und daraufhin Maßnahmen eingeleitet und überwacht werden. CAFA versucht insbesondere auch das Fehlerwissen für andere Bereiche, wie beispielsweise planerische Bereiche, verfügbar zu machen.

Ausgehend von CAFA wurde durch das Projekt FoQus [10] der Ansatz weiterentwickelt. Für FoQus wurden insbesondere die Eskalationsstufen innerhalb des Fehlermeldungsprozesses untersucht und in das Demonstrationsprogramm integriert. Die hieraus entstandene Software wurde innerhalb einer Musterfabrik getestet. Ein Rückschluss auf die Praxistauglichkeit ist dadurch jedoch nicht gegeben. Um den industriellen Einsatz der Ergebnisse zu gewährleisten, wurde durch das Projekt IVMS ein kommerzieller Einsatz der Software vorbereitet. Das Projekt SAFE [11] befasst sich in erster Linie mit dem Workflow im Fehlermanagement und dem Einbinden bekannter Methoden. Die Aufbewahrung von Daten und der Datenzugriff werden durch diese Schwerpunktbildung vernachlässigt. In dem Projekt „Rechnerunterstützter Erfahrungsrückfluss in der Prozesskette der Blechteilefertigung und -verarbeitung“ [12] wird ein Konzept für ein Fehlermanagement in der Blechteilefertigung beschrieben. Hierbei werden die Fehler durch grafische Fehlererfassungsmodule eingegeben. Die Meldung von abstrakteren Fehlern, wie beispielsweise bei Prozessen, ist nicht vorgesehen.

### 2.3. Kommerzielle Software

Die Mehrzahl der kommerziell verfügbaren Software ist auf die Unterstützung von Methoden, wie der FMEA oder des 8D-Reports ausgelegt. Das gezielte Auffinden des Fehlerwissens zu einem späteren Zeitpunkt kann mithilfe von manueller bzw. Schlagwort-Suche bewerkstelligt werden. Firmenspezifische Workflows werden meist nur von den Softwareherstellern gegen Entgelt programmiert.

### 2.4. Diskussion

Die oben aufgeführten Methoden haben insbesondere Probleme, einen einfachen Zugriff auf bereits vorhandenes Fehlerwissen zu ermöglichen. So muss beispielsweise bei den papierbasierten Methoden auf eine manuelle Suche zurückgegriffen werden. Bei den kommerziell verfügbaren Softwarepaketen kann zumindest eine Schlagwortsuche das Durchsuchen der Fehlermeldungen vereinfachen. Lediglich bei der oben genannten Software von Forschungseinrichtungen ist ein gezielteres Suchen über Bausteine der künstlichen Intelligenz (KI) möglich.

Bei der Untersuchung von realen Fehlermeldungen aus der Maschinenbaubranche fiel jedoch auf, dass Fehlermeldungen durch falsche Rechtschreibung, falsche Grammatik, verschiedenartige Ausdrucksweisen oder durch Kommentare derart verfälscht werden können, dass ein Zugriff auf das Fehlerwissen weder von Experten der Firma noch maschinell möglich ist. Wie Tests mit Textmining-Werkzeugen

gezeigt haben, ist ein Auffinden des Wissens selbst durch KI nicht mehr möglich.

Weiterhin erweisen sich die meisten der oben vorgestellten Methoden und Konzepte als zu unflexibel. Zwar wurden in einigen Projekten, wie beispielsweise SAFE, versucht, einen optimalen Fehlermelde-Workflow zu generieren. Bei Betrachtung der anderen oben aufgeführten Ansätze, kann eine Anpassung auf bereits bestehende Fehlermanagement-Workflows der Unternehmen nur durch massive Änderungen der papierbasierten Methoden oder durch den Hersteller der jeweiligen Software erfolgen.

Während die in den Forschungseinrichtungen entstandene Software sehr gute Einrichtungen zur Minimierung von Routinearbeiten besitzt (z.B. Datenaustausch mit ERP, E-Mail-Anbindung), enthalten die papierbasierten Methoden, wie beispielsweise der 8D-Report, allenfalls einen Hinweis unter dem entsprechenden Prozessschritt, dass z.B. Teammitglieder zu benachrichtigen sind oder gelobt werden sollen. Die kommerziellen Softwarepakete bieten einige Schnittstellen für Routinetätigkeiten (z.B. E-Mail-Anbindung), welche allerdings, analog zu den Workflows, nur mit externem Aufwand auf die jeweiligen innerbetrieblichen Anforderungen angepasst werden können.

Bei der Untersuchung der realen Fehlermeldungen aus der Industrie wurde deutlich, dass einige Punkte der Fehlermeldungen unzureichend ausgefüllt wurden. So wurden bei Ursachen stereotype Bemerkungen, wie beispielsweise „Fehlersuche“ eingegeben. Bei Maßnahmen wurden häufig nur Fragezeichen eingegeben oder die Fehlermeldung wurde mit dem Vermerk abgeschlossen, dass der aufgetretene Fehler sich wohl zufällig ereignet hat und ein zweites Mal vermutlich nicht wieder auftreten wird.

Um diese Missstände abzustellen, muss die Kreativität der Mitarbeiter bezüglich der Ursachen und Maßnahmen verbessert werden. Von den oben genannten Ansätzen, können lediglich die team- und papierbasierten Ansätze die diesbezüglich nötige Kreativität unterstützen. Jedoch sind diese Ansätze meist nicht explizit auf das Fehlermanagement angepasst (z.B. geläufige Kreativitätsmethoden [13]).

## 3. Der FAMOS-Ansatz

Der FAMOS-Ansatz stellt sämtliche oben dargestellten Defizite ab.

Der FAMOS-Grundgedanke (Abbildung 3) besteht darin, dass durch den mittlerweile hohen Verbreitungsgrad an Rechnerinfrastruktur in den Betrieben nahezu jeder Mitarbeiter die Möglichkeit bekommen sollte, aufgetretene Fehler über ein Terminal zu melden. Damit wird der Mitarbeiter noch stärker in den kontinuierlichen Verbesserungsprozess (KVP)

der Firma eingebunden. Darüber hinaus muss die Bearbeitung der Fehlermeldungen zum einen effektiv, d.h. wirtschaftlich und in geringer Zeit geschehen und zum anderen muss auf das Wissen über wirksame Fehlerkorrekturmaßnahmen zurückgegriffen werden können. Die Konsequenz hieraus ist, dass nicht der Einzelne aus Fehlern lernt, sondern in Verbindung mit FAMOS *alle* Mitarbeiter im Unternehmen.

Zur Umsetzung des FAMOS-Grundgedankens wurden verschiedene Ansätze entwickelt:

Fehlerbeschreibungen werden textuell erfasst. Damit individuelle Formulierungen, Rechtschreib- und Grammatikfehler in der Fehlermeldung durch die Mitarbeiter vermieden werden und Suchalgorithmen eingesetzt werden können, wird eine strukturierte Eingabe über vorgegebene Phrasen durchgeführt. Kommentare dürfen in gesonderte Freitextfelder eingetragen werden.

Ausgehend von dieser festgelegten Eingabestruktur kann mithilfe einer angepassten Metrik und einer neu entwickelten kennzahlenbasierten Statistik das gespeicherte Fehlerwissen leicht gefunden und abgerufen werden.

Dies hat zur Folge, dass die Fehlerursachen von zurückliegenden Fehlerbildern aufgezeigt werden und die dazugehörigen wirkungsvollen Abstellmaßnahmen zeitnah aufgelistet werden.

Damit lassen sich für den aktuellen Fehler ebenfalls schnell und effektiv Ursachen und Maßnahmen aufzeigen.

Sollten Ursachen und Maßnahme noch nicht bekannt sein, werden durch einen neu entwickelten Methodenansatz systematisch mögliche Ursachen bestimmt und die dazugehörigen Abstellmaßnahmen definiert.

Aufgetretene Fehler, dazugehörige Ursachen und Maßnahmen werden strukturiert in einer Datenbank abgelegt, in der das Fehlerwissen schrittweise zu einem expertenbasierten Firmenwissen anwächst und jederzeit abrufbar ist.

Durch eine innovative Software werden nicht zuletzt die bislang nur schwer an Firmengegebenheiten anpassbaren Workflows mittels des FAMOS-Ansatzes vollkonfigurierbar gemacht. Umfangreiche Anbindungsmöglichkeiten der Software zu externe Schnittstellen, wie dem E-Mail-System, können an beliebiger Stelle aufgebaut werden und damit Routinearbeiten vollautomatisch durchgeführt werden.

Zur Umsetzung der FAMOS-Grundgedanken wurden mehrere Teilmethoden entwickelt, die zur Steigerung der Benutzerfreundlichkeit, Anwenderakzeptanz und der Effizienz in einer Software umgesetzt wurden.

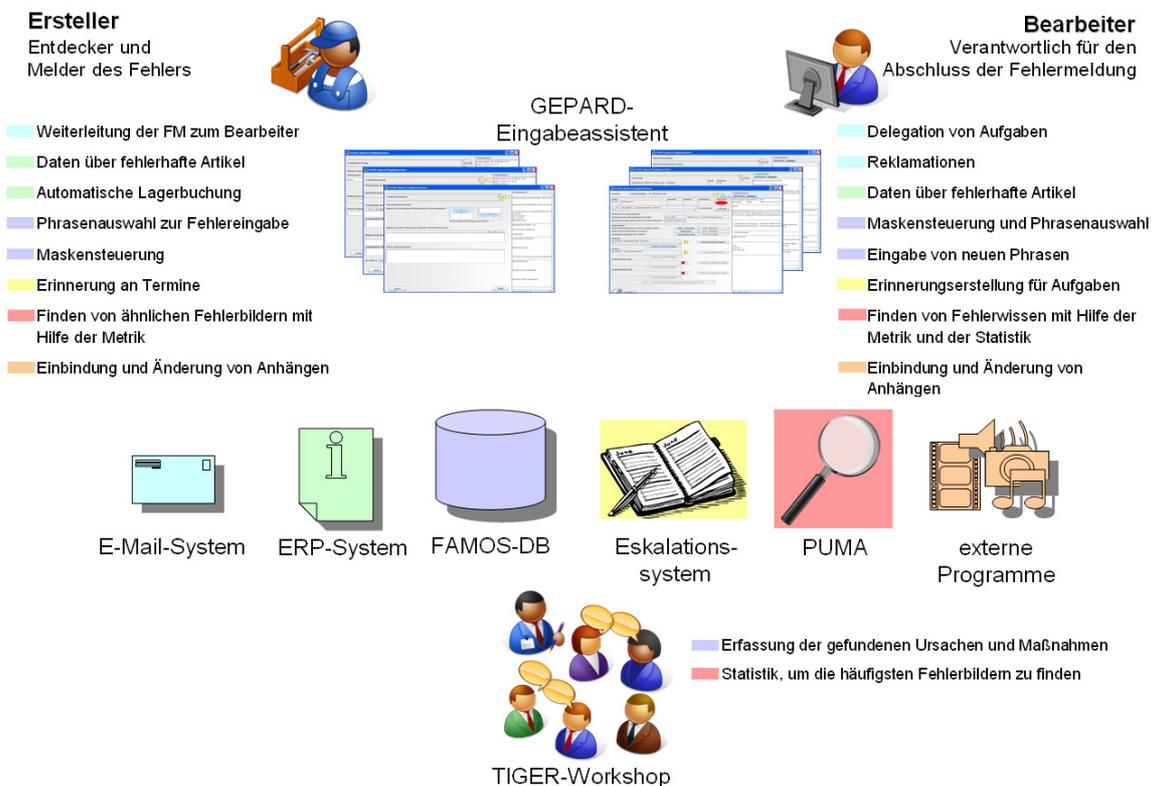


Abbildung 3: Funktionsumfang des FAMOS-Ansatzes

### 3.1. GEPARD

Die Komponente GEPARD (Generischer Eingabe-Protokoll-Assistent Relevanter Daten) wird verwendet, um Fehlermeldungen einzugeben. Sie beinhaltet zum einen die entwickelte Eingabeweise der Fehlermeldungen. Zum anderen bildet GEPARD die Schnittstelle des FAMOS-Ansatzes zu den in den einzelnen Firmen bereits vorhandene Fehlermelde-Workflows.

#### Strukturierte Eingabefolge

Die Fehlermeldung wird vom Entdecker eines Fehlers, dem Ersteller, über vordefinierte Textbausteine (Phrasen) eingegeben. GEPARD versucht dabei, die Eingabetexte durch eine geeignete Reihenfolge der Worte sowie durch ein vorgegebenes Vokabular soweit zu strukturieren, dass eine effektive maschinelle Weiterverarbeitung möglich ist. Sowohl Mehrdeutigkeiten (eine Fehlermeldung kann auf mehrere Weisen gedeutet werden) als auch Mehrfachbeschreibungen (ein Fehler wird durch mehrere Beschreibungen dargestellt) werden vermieden.

Für die Gliederung der Fehlermeldung mittels Phrasen wurde die einfachste deutsche Satzstruktur („Subjekt“ + „Prädikat“), entsprechend den Bedürfnissen, um „Zusatz“ und „Objekt“ erweitert. Der in der deutschen Sprache geläufige Satzbaustein „Objekt“ wird hinter dem Prädikat angesiedelt. Der neue Satzbaustein „Zusatz“ wird zwischen „Subjekt“ und „Prädikat“ angesiedelt, um beispielsweise für Verneinungen oder Spezifizierungen zur Verfügung zu stehen. Um möglichst wenige verschiedene Phrasen einsetzen zu müssen, wurden die Satzbausteine in zwei Teile (bei „Objekt“ drei Teile) geteilt (Abbildung 4).

Durch dieses Vorgehen ist es beispielsweise möglich, Wörter in Silben aufzuteilen. So kann man unter Ausnutzung beider Subjektblöcke die in Abbildung 4 dargestellte Phrase Gewinde (hier im ersten Subjektblock) in Ge und winde teilen und beispielsweise die Silbe Ge für die Phrase Gesenk verwenden. Auch können Worte auf die verschiedenen Blöcke aufgeteilt werden. So ist beispielsweise in Abbildung 4 der Zusatz durch Schweißmaterial in die Blöcke durch und Schweißmaterial aufgeteilt. Beide Worte stehen durch ihre Trennung auch für Kombinationen mit anderen Phrasen, wie beispielsweise durch Lötpaste oder auf Schweißmaterial zur Verfügung.

Ein speziell für FAMOS entwickelter Eingabeassistent dient der systematischen Eingabe dieser Phrasen. Über Drop-Down-Menüs können Satzbestandteile zu Fehlermeldungen zusammengebaut werden. Hierbei stellt der Eingabeassistent immer nur sinnvolle Möglichkeiten, die zum bisherigen Text passen, zur Verfügung. Ist der zu meldende Fehler noch nicht in Form von Phrasen hinterlegt, so kann

zunächst Freitext eingegeben werden. Der Freitext wird dann später vom Bearbeiter der Fehlermeldung in die strukturierten Satzbausteine überführt. Da durch diese Vorgehensweise nur geschultes Personal (nämlich der Bearbeiter) die Möglichkeit besitzt, Satzbausteine zu definieren, bleibt die Phrasenqualität erhalten.

Durch eine Vielzahl an hinterlegten Phrasen ist es möglich, gleiche Sachverhalte mit anderen Satzbausteinen auszudrücken. So ist es beispielsweise möglich, mit den Bausteinen zu wenig, Menge und nicht komplett folgende Sachverhalte auszudrücken, welche prinzipiell das gleiche bedeuten können:

Menge zu wenig

Menge nicht komplett

Da die beiden Bausteine zu wenig und nicht komplett in einigen Fällen synonym gebraucht werden können, in anderen jedoch nicht, handelt es sich um quasisynonyme Bezeichnungen. Diese möglichen Synonyme werden in Listen verwaltet und können bei der Suche nach ähnlichen Fehlern (siehe Abschnitt 3.2) einbezogen werden. Durch diese Vorgehensweise ist es ebenso möglich, Antonyme, Hyponyme, etc. zu verwalten.

Da die Synonymlisten hauptsächlich mögliche Synonyme, nicht aber 100%ige Synonyme, enthalten, kann nicht immer garantiert werden, dass der angezeigte Treffer wirkliche Ähnlichkeiten zur Suchphrase aufweist. Hier muss der Bediener entscheiden, so wie in allen Fällen, ob die gefundene Phrasenkombination hilfreich ist oder nicht.

#### Konfigurator

Mit der Eingabe der bloßen Fehlerbeschreibung ist meist die Fehlermeldung noch nicht abgeschlossen. Um den Fehler genau lokalisieren zu können, ist es beispielsweise nötig, die Artikelnummer des fehlerhaften Bauteils, den Lieferanten des Bauteils, Sach- und Auftragsnummern, etc. zu erfassen. Viele dieser Daten können vom Ersteller der Meldung direkt eingegeben werden. Einige Daten sind jedoch nur bestimmten Stellen bekannt. Zudem besitzt der Ersteller der Fehlermeldung nur selten die Kompetenz, Maßnahmen zu veranlassen oder den Fehlermeldungsprozess zu überwachen. Viele Firmen haben deshalb einen Fehlermelde-Workflow etabliert. Dieser Workflow gliedert sich meist in die zwei Teile „Ersteller der Fehlermeldung“ und „Bearbeiter der Fehlermeldung“, welcher die nötigen Kompetenzen zur Fehlerbeseitigung besitzt. Da jedoch in jeder Firma zum Teil erheblich unterschiedliche Daten gesammelt werden müssen, weichen die Workflows u.U. stark voneinander ab. Entsprechend groß sind die Anpassungsarbeit und die Kosten bei der Einführung einer neuen Fehlermanagement-

software, bei der deswegen häufig der Programmcode selbst geändert werden muss.

GEPARD verzichtet deshalb auf einen festen Workflow. Mithilfe des GEPARD-Konfigurators ist ein geschulter Mitarbeiter in der Lage, den Workflow der jeweiligen Firma durch Eingabemaschinen umzusetzen. Ein breites Spektrum an konfigurierbaren Komponenten für die Erstellung graphischer Benutzungsdialoge unterstützt die Konfiguration. Um Datenredundanz zu vermeiden, Fehler bei der Eingabe der Daten zu umgehen und Mitarbeiter von Routinearbeiten zu entbinden, wurden zahlreiche Schnittstellen zu weiteren Datendiensten implementiert. So ist es beispielsweise möglich, Daten aus einer Datenbank, aus Dateien oder dem ERP-System (Enterprise Resource Planning) für den Fehlermeldeprozess verfügbar zu machen. Bestimmte Meldungen beispielsweise über den Bearbeitungsstatus einer Fehlermeldung können automatisch über eine E-Mail-Schnittstelle in das firmeninterne Mailsystem versendet werden. Ein Starten von verschiedenen Programmen, beispielsweise Bildbearbeitungs- und Textverarbeitungsprogrammen, ist aus der Anwendung heraus möglich. Für Unternehmen, welche bislang über keinen Fehlermanagementprozess verfügen, wurde ein Muster-Workflow entworfen, welcher sich an den innerhalb des Projektes untersuchten Firmen orientiert.

#### Eingabeassistent

Das zweite Modul ist der GEPARD-Eingabeassistent. Durch ihn können die im Konfigurator erstellten Masken abgearbeitet werden. Der Eingabeassistent verfügt über eine eigene Rechteverwaltung, mit deren Hilfe die Zugriffsrechte auf die Workflows (z.B. Ersteller und Bearbeiter) verwaltet werden können. Ein mitlaufendes Protokoll ermöglicht einen ständigen Überblick über die getätigten Eingaben.

#### Eskalationssystem

Terminverzögerungen, welche unter anderem durch Fehler ausgelöst werden, können zu erheblichen Kosten führen. Nur wenn Termine eingehalten werden, können Maßnahmen im Fehlermanagement als erfolgreich angesehen werden. Die durch den Eingabeassistenten delegierten Aufgaben zur Erfüllung von Maßnahmen bedürfen einer ähnlichen Überwachung. Diese „Terminüberwachung“ übernimmt das Eskalationssystem mithilfe von automatisierten E-Mail-Erinnerungen.

Mithilfe des Eingabeassistenten werden automatisch nach der Aufgabenvergabe Erinnerungseinträge generiert, welche folgende Inhalte aufweisen:

- Zeit, nach der die erste Erinnerung abgesendet wird

- Zeitintervall in der die Erinnerung wiederholt werden soll

- E-Mail-Optionen wie Adresse, Inhalt, Anhang und Betreff

Das ständig auf dem Unternehmensserver laufende Eskalationssystem holt sich daraufhin die Einträge und verschickt gemäß den Angaben die Erinnerungsnachrichten mittels des firmeninternen E-Mail-Systems. Da Erinnerungen sowohl an die mit der Aufgabe betraute Person, als auch an in der Hierarchie höher stehende Personen versendet werden können, besteht die Möglichkeit, Probleme bei Nichtbearbeitung zur nächsthöheren Stelle zu eskalieren.

### 3.2. PUMA

Die Komponente PUMA (Phrasen-Ursachen-Maßnahmen-Assistent) ist in der Lage, das mit GEPARD eingegebene Fehlerwissen bei Bedarf wiederzufinden. Hierzu wurde eine für den Phrasenansatz angepasste Methode entwickelt, die gleiche oder ähnliche Fehlermeldungen der Vergangenheit auffindet. Die Methode ist metrikbasiert. Ist ein Fehlerfall gefunden, wird über ein statistisches Verfahren eine geeignete Maßnahme zur Behandlung des Fehlers vorgeschlagen.

#### Metrik

Die Metrik beruht auf einem spaltenweisen Vergleich der Eingabezeile mit den in der Datenbank bereits vorhandenen Zeilen. Ein spaltenweiser Vergleich ist deshalb möglich, da im Gegensatz zur natürlichen Sprache die einzelnen Satz-Bestandteile durch den Eingabeassistenten in eine bestimmte Struktur gebracht wurden.

Die Metrik ist wie folgt definiert: Jede einzelne Phrase  $s$  einer Phrasenkombination ist entweder ein beliebiges Wort oder leer ( $\emptyset$ ). Zwei Phrasen  $s$  und  $t$  haben einen Abstand  $\delta$ . Dieser ist „0“ wenn die Phrasen identisch oder nicht vorhanden sind. Ansonsten ist der Abstand „1“.

$$\delta(s, t) = \begin{cases} 0 & \text{wenn } s = t \text{ oder } s = \emptyset \text{ oder } t = \emptyset \\ 1 & \text{sonst} \end{cases}$$

Zwei Phrasen gelten als vergleichbar, wenn beide nicht leer, also vorhanden sind. Wir drücken das über die Vergleichbarkeit  $\phi$  aus:

$$\phi(s, t) = \begin{cases} 0 & \text{wenn } s = \emptyset \text{ oder } t = \emptyset \\ 1 & \text{sonst} \end{cases}$$

Die Distanz  $d$  zweier Phrasen  $S=(s_1, \dots, s_n)$  und  $T=(t_1, \dots, t_n)$  wird jetzt wie folgt definiert:

$$d(S, T) = \frac{\sum_{i=1}^n \delta(s_i, t_i)}{\sum_{i=1}^n \phi(s_i, t_i)}$$

Da  $\delta(\emptyset, t)=0$  und  $\phi(\emptyset, t)=0$ , verändert sich durch Anhängen von leeren Bestandteilen  $\emptyset$  der Wert von  $d$  nicht. Daher kann durch Auffüllen von  $\emptyset$  bei beiden Phrasenkombinationen dieselbe Länge  $n$  erreicht werden. Weiter gilt  $\delta(s, t) \leq \phi(s, t) = 0$  für alle  $s, t$ . Daher ist  $0 \leq d(S, T) \leq 1$ .

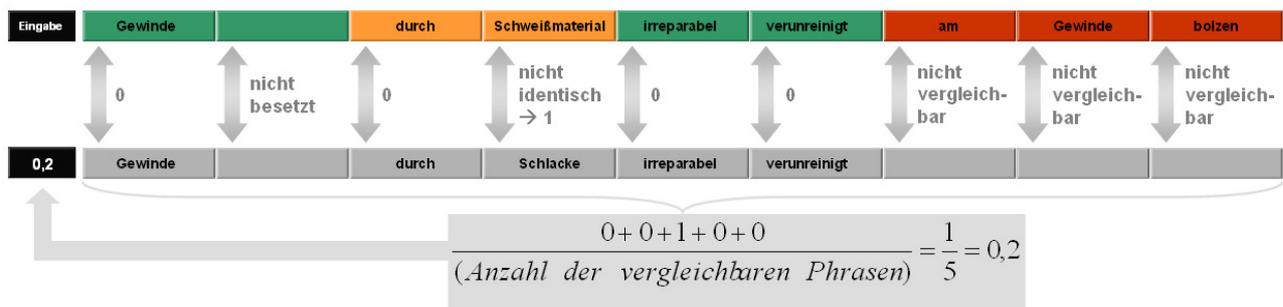
Ein Beispiel für die Berechnung der Distanzmetrik ist in Abbildung 4 dargestellt.

Stimmt beispielsweise die Subjektspalte der Eingabezeile mit der Subjektspalte einer der Datenbankzeilen überein, so wird von der Metrik der Wert „0“ ermittelt. Sind die Spalten nicht identisch, so wird ein Wert, beispielsweise „1“, zurückgegeben. Nicht besetzte Spalten oder nicht vergleichbare Spalten werden mit keinem Wert gewertet (Abbildung 4). Die so ermittelten Zeilenwerte werden addiert. Der addierte Zeilenwert wird über die Anzahl der vergleichbaren Spalten gewichtet. Durch diese Vorgehensweise werden die nicht vergleichbaren Werte negativ berücksichtigt.

Durch diese Art der Metrik bleibt das Auffinden von Fehlerwissen für jedermann nachvollziehbar und einfach.

**Statistik**

Eine reine Ermittlung des Fehlerbildes und der hinterlegten Ursachen und Maßnahmen reicht für eine erfolgreiche Fehlerbekämpfung nicht aus. Der jeweilige Benutzer muss vielmehr Anhaltswerte bekommen, mit deren Hilfe er bei mehreren hinterlegten Ursachen die richtige, auf den aktuellen Fall zutreffende Methode, herausfinden kann. Ebenso benötigt er Entscheidungshilfen, die ihm aufzeigen, welche Maßnahme die wirkungsvollste bzw. die effizienteste für den aktuellen Fehler (bzw. die aktuelle Ursache) ist. Die Statistik ist damit in erster Linie für den Bearbeiter, also den Verantwortlichen, der Fehlermeldung von Nutzen.



**Abbildung 4: Erklärung der Metrik**

Die Metrik muss u.U. von einem Administrator angepasst werden können. So ist es denkbar, dass im Unternehmen X das Subjekt bei der Fehlereingabe eine größere Rolle spielt als das Prädikat. Da Firma Y aber nur mit einem Subjekt arbeiten möchte (beispielsweise Gewinde), bekommt das Prädikat hier evtl. eine höhere Priorität bei der Fehlersuche. Für diese Fälle wurde eine Möglichkeit zur Gewichtung der Spalten eingeräumt. Die Spaltenvergleichsabstände  $\delta$  werden dann mit der jeweils angegebenen Gewichtung  $w$  multipliziert, bevor sie addiert werden. Für Spaltengewichte  $w_i$  ergibt sich dann die Distanz  $d_w$

$$d_w(S, T) = \frac{\sum_{i=1}^n w_i \delta(s_i, t_i)}{\sum_{i=1}^n \phi(s_i, t_i)}$$

Mithilfe der durch die Metrik sortierten Fehlerbilder ist der Benutzer in der Lage, über die ähnlichsten Fehlerbilder einen Überblick zu bekommen. Der Benutzer allein trägt jedoch die Entscheidung, welchen der Fehlerfälle er für den, dem aktuellen Fall ähnlichsten ansieht.

Für die FAMOS-Statistik wurde als (Grund-) Diagrammtyp das Paretdiagramm gewählt. Dieser Diagrammtyp zeigt die Häufigkeitsverteilung als Säulendiagramm. Die Säulen werden nach der Häufigkeit sortiert. Der Benutzer sieht daher sofort an der Position der Häufigkeitssäule, an welcher Stelle der Häufigkeitsrangliste der/ die jeweilige Fehler/ Ursache/ Maßnahme stehen. Das Fehler- und das Ursachendiagramm sind mit dem Paretdiagrammtyp aus der Literatur identisch und stellen allein die Häufigkeitsverteilung dar. Das Maßnahmenendiagramm beruht ebenfalls auf dem Paretdiagramm, wurde jedoch entscheidend modifiziert (Abbildung 5): Das Diagramm stellt außer der Häufigkeit die Güte der dargestellten Maßnahmen dar, welche wie folgt ermittelt wird:

Der Fehlermeldungsbearbeiter wird nach dem Abschluss der Fehlermeldung aufgefordert, seine subjektive Meinung zur zuvor gewählten Maßnahme (sowohl Sofort- als auch Abstellmaßnahme) abzugeben. Es können die Zahlen 0 - 4 - 7 - 10 gewählt werden, wobei 10 der Wert für eine ausgezeichnete Maßnahme ist. Zudem werden, teils durch Eingabe des Bearbeiters, teils durch automa-

tische Erfassung, verschiedene Kosten und Zeiten, welche die Maßnahme betreffen, festgehalten.

In Anlehnung an das magische Dreieck im Projektmanagement (Kosten und Zeit reduzieren, Qualität steigern) wurde eine Kennzahl generiert, anhand derer die verschiedenen Zahlen zu einer Kennzahl verdichtet werden. Je größer diese Kennzahl ist, desto besser ist die jeweilige Maßnahme. Die zugrunde liegende Formel ist:

$$G = \frac{Q}{Z \cdot K}$$

Mit G als Gesamtkennzahl, Q als subjektive Qualitätskennzahl, Z als Zeitkennzahl und K als Kostenkennzahl. G wird also dann maximal, wenn Z und K minimiert werden und Q maximiert wird.

Die beste Maßnahme wird durch eine grüne Kennzeichnung im Diagramm gekennzeichnet. Analog dazu wird die schlechteste Maßnahme rot dargestellt. Wird eine kostenoptimale (niedrigste Kosten)

oder eine zeitoptimale (niedrigster Zeitbedarf) Maßnahme gesucht, so wird lediglich die jeweilige Einzelzahl (K oder Z) verwendet und die sich dann ergebende beste Maßnahme im Diagramm grün gekennzeichnet. Damit der Benutzer die „Entscheidung“ des Programms nachvollziehen kann, wird ein zusätzliches Diagramm eingeführt, welches oberhalb des Maßnahmen-Pareto-Diagramms angezeigt wird. Das Diagramm stellt die Zusammensetzung der Kennzahlen im Vergleich zu den anderen Kennzahlen qualitativ dar. So hat Maßnahme 4 in Abbildung 5 als beste Maßnahme den höchsten Erfolg (35,11%). Sieht man in das obere Diagramm, erkennt man, dass Maßnahme 4 im Vergleich zu den anderen Maßnahmen die geringsten Kosten aufweist (blauer Balken), geringe Zeit in Anspruch nimmt (roter Balken) und der subjektive Erfolg als zweitbesten angesiedelt ist (nur Maßnahme 13 ist subjektiv besser, grüner Balken).

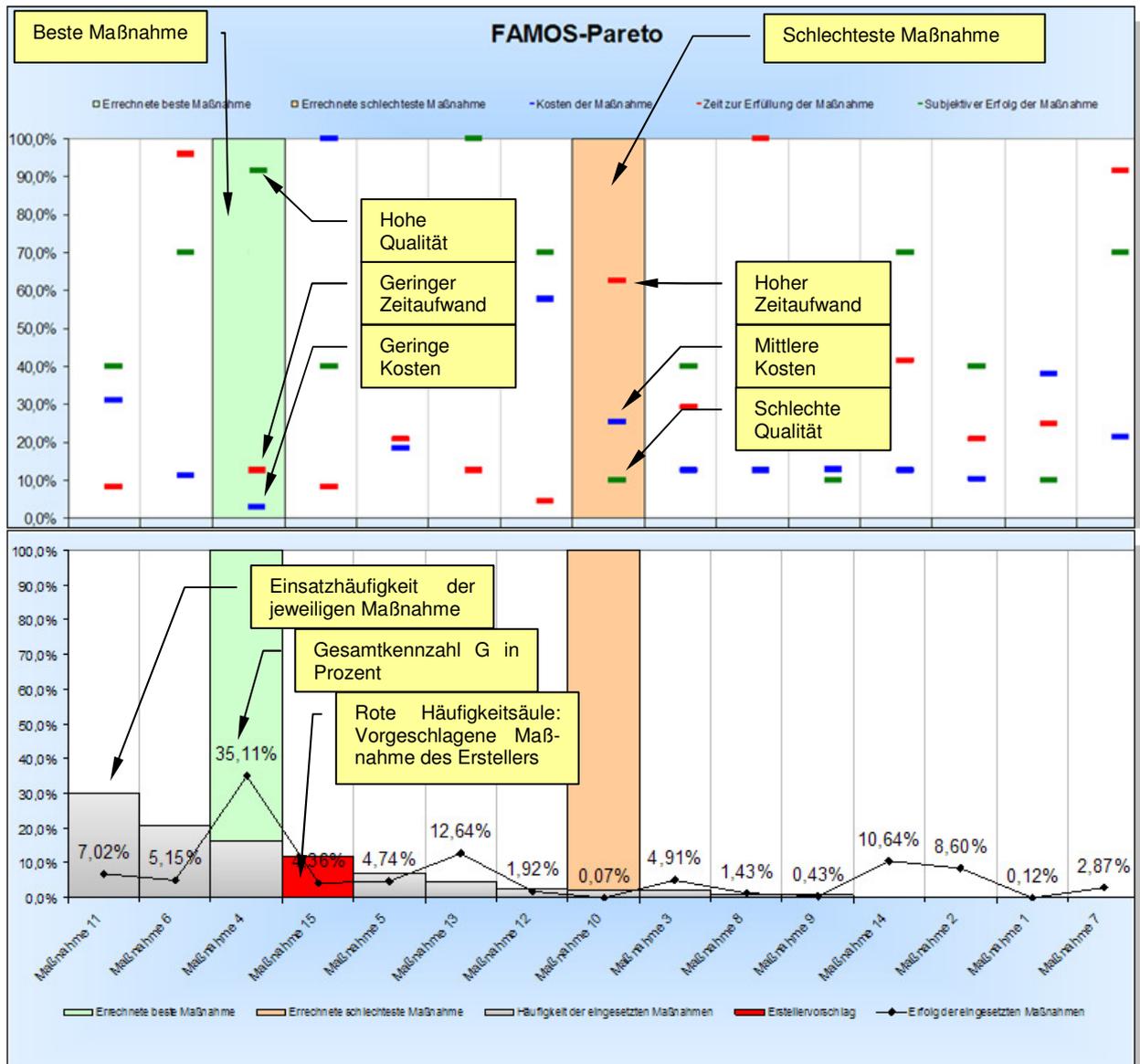


Abbildung 5: Diagramm der Maßnahmenstatistik

### 3.3. TIGER

TIGER (Teambasierter Interdisziplinärer Gedankenaustausch zur Effizienten Requisition) ist eine Methode zur Kreativitätssteigerung in Form eines Workshops, um Ursachen und Maßnahmen zu wiederkehrenden Fehlern zu finden. Die so gefundenen Ursachen und Maßnahmen werden in die Datenbank des Fehlerwissens übertragen. Dieses Fehlerwissen steht dann bei künftigen ähnlichen Fehlern zur Verfügung.

TIGER ist in die Phasen Vorbereitungsphase, Ursachenfindungsphase, Ursachenisolation, Maßnahmenphase und Nachbearbeitungsphase unterteilt. Eine Übersicht liefert Abbildung 6.

Zunächst wählt in der Vorbereitungsphase der vorher bestimmte Moderator Fehlerbilder aus, welche innerhalb des Workshops bearbeitet werden sollen. Hier kann die FAMOS-Statistik (siehe Abschnitt 3.2) helfen, welche beispielsweise eine Übersicht über die häufigsten Fehler gibt. Ausgehend von den gewählten Fehlerbildern wird vom Moderator ein interdisziplinäres Team ausgewählt. Hierbei wird darauf geachtet, dass sämtliche von den Fehlern

betroffene Disziplinen vertreten sind. Eine vom Moderator zusammengestellte Vorbereitungsmappe enthält die Fehlerbilder und alle weiteren nötigen Unterlagen, mit denen sich die Teammitglieder für den Workshop vorbereiten müssen. Ein Schriftführer, welcher den gesamten Workshop protokollförmig dokumentiert, muss ebenfalls vom Moderator in der Vorbereitungsphase ernannt werden.

Innerhalb eines strukturierten Brainstorming-Verfahrens werden Ursachen zu den Fehlerbildern ermittelt. Hierzu wird zunächst ein Ishikawadiagramm (Fischgrätendiagramm) erstellt und eine Fehlerbeschreibung am Kopf des Diagramms eingetragen. Nun werden die Mitarbeiter aufgefordert, mögliche Ursachen zum eingetragenen Fehlerbild zu nennen. Wie in der Literatur beschrieben, ermöglicht das Ishikawadiagramm hierbei die Einteilung der Ursachen in die Bereiche Methode, Maschine, Mensch, Material und Mitwelt. Durch diese Strukturierung bleibt die Übersichtlichkeit erhalten und Ursachenschwerpunkte werden leichter erkannt.

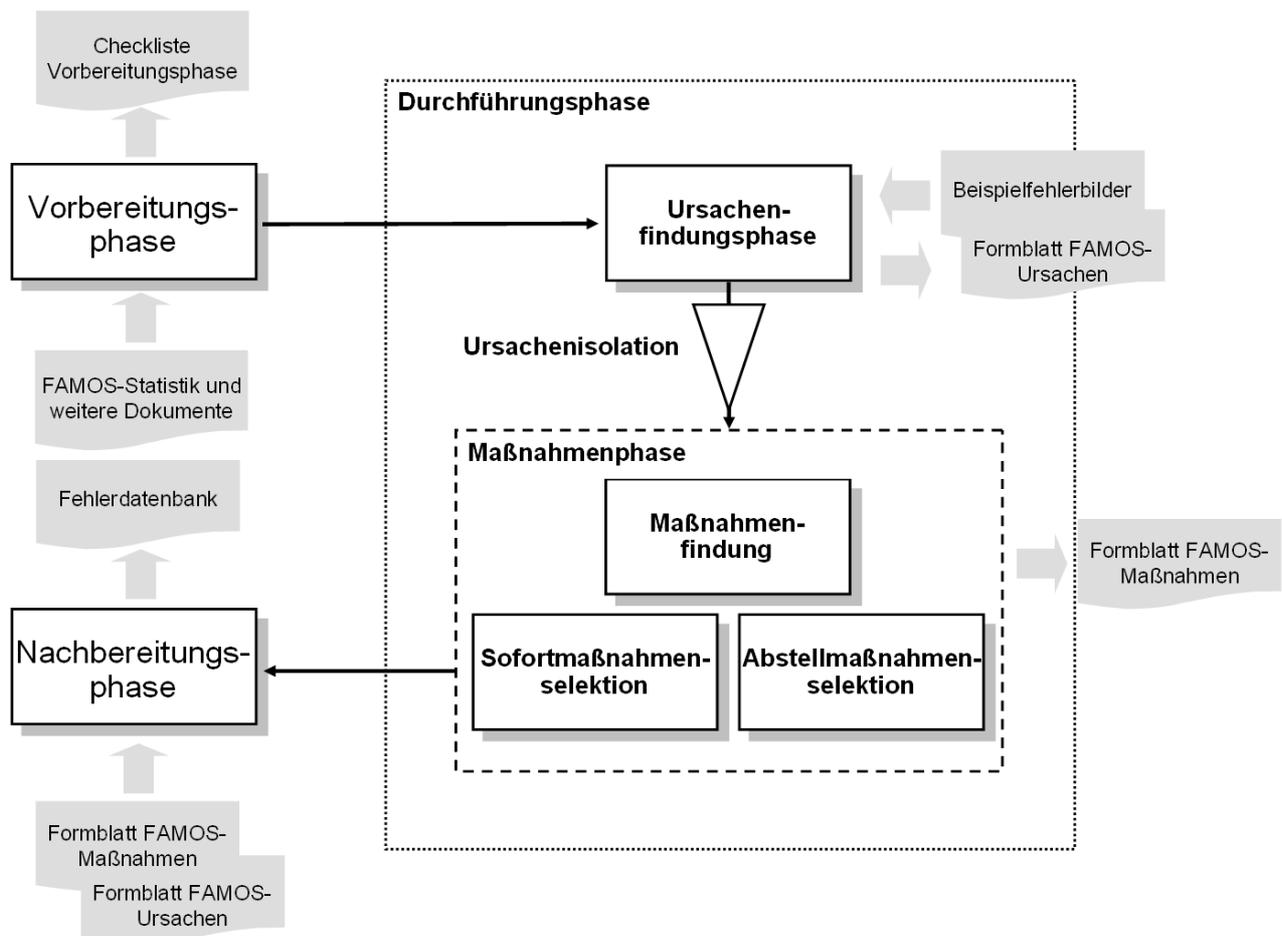


Abbildung 6: Übersicht über den Zusammenhang der TIGER-Phasen

Der Schriftführer übernimmt die gefundenen Ursachen entweder auf ein Formblatt oder schreibt sie direkt in die Wissensdatenbank.

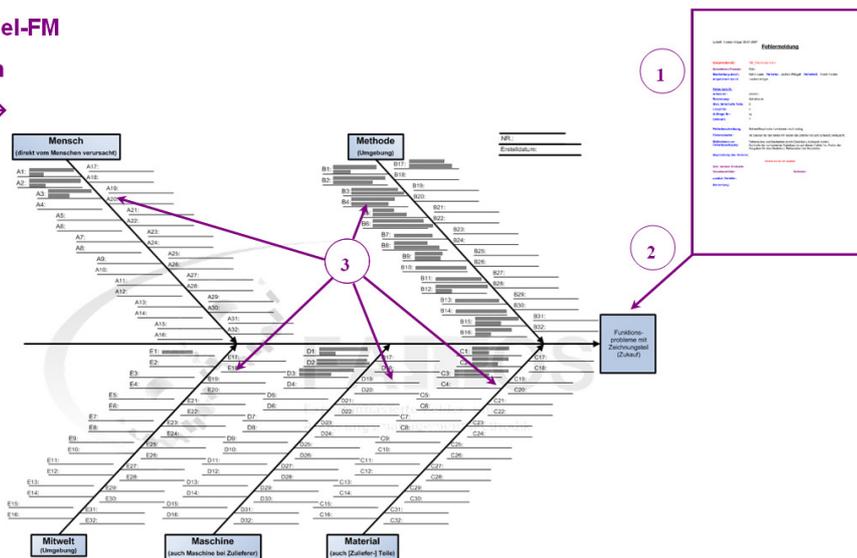
Da insbesondere bei großen Teams die Ursachenanzahl schnell anwachsen kann, wird eine Ursachenisolation durchgeführt. Diese hat das Ziel, die wichtigsten Ursachen für die weitere Vorgehensweise auszuwählen. Der Moderator ruft hierfür die gefundenen Ursachen einzeln auf. Mittels vorbereiteter Abstimmungskarten, auf denen die Zahlen 0, 4, 7 und 10 zu finden sind, wird dann die Isolation vom interdisziplinären Team durchgeführt. Je höher die addierte Abstimmungssumme, desto wichtiger ist die gefundene Ursache. Die Ursachen mit den höchsten Zahlenwerten werden weiterverfolgt.

In der Maßnahmenphase werden zu den isolierten Ursachen Maßnahmen gefunden. Hierzu wird ein erneutes Brainstorming zu jeder isolierten Ursache durchgeführt. Das Ergebnis dieses Brainstormings wird vom Schriftführer ebenfalls in ein eigens

vorbereitetes Formblatt überführt. Da sich bei der Untersuchung der Fehlermeldungen zeigte, dass die Mitarbeiter Probleme im Unterscheiden von Sofort- und Abstellmaßnahmen haben, erfolgt die Trennung der Maßnahmen erst im Anschluss an das Brainstorming. Bei der Trennung der Maßnahmen ist der Moderator dazu angehalten, diese mithilfe des Teams zu bewerkstelligen. Mitarbeiter, welche sich unsicher im Unterscheiden von Sofort- und Abstellmaßnahmen zeigen, sollen so diesbezüglich geschult werden.

Die Nachbereitungsphase dient der Weiterführung der Formblätter und, falls noch nicht geschehen, der Übernahme der Workshopergebnisse in die Datenbank. Jedem Mitarbeiter des Betriebes wird es ermöglicht, die Formblätter (Ursachen und Maßnahmen) zu ergänzen. Die so gefundenen neuen Ursachen und Maßnahmen werden dann von einem Datenbankadministrator in die Datenbank geschrieben.

1. Fehlertyp / Beispiel-FM
2. Problemdefinition
3. Brainstorming I → Ursachen



4. Ursachenisolation
5. Brainstorming II → Maßnahmen
6. Maßnahmenerteilung

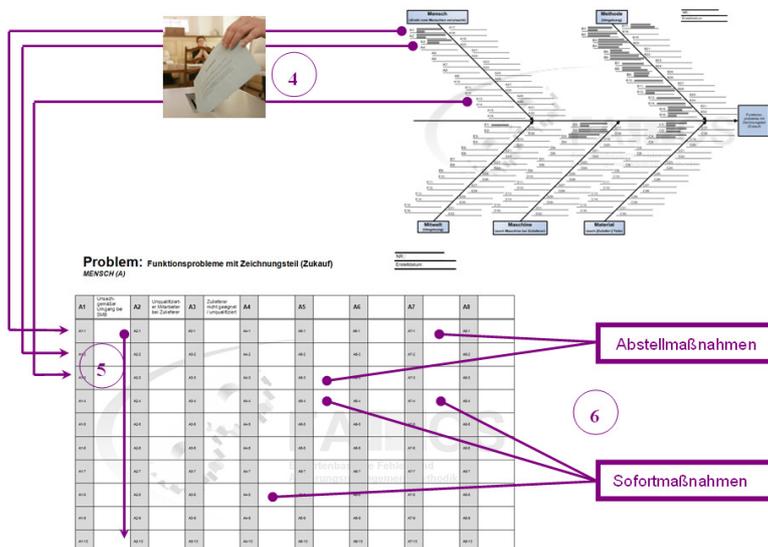


Abbildung 7: Vorgehensweise bei der Durchführung von TIGER

### 3.4. Zusammenspiel von GEPARD, PUMA und TIGER

Das folgende Beispiel soll das Zusammenspiel der drei Komponenten verdeutlichen.

Herr E., ein Mitarbeiter der Firma Z., hat einen Fehler entdeckt. Bei der Montage eines Gewindebolzens an der Maschine X fiel Herrn E. auf, dass das Gewinde durch den vorhergehenden Schweißprozess verunreinigt wurde und die Funktion des Bauteiles deshalb nicht mehr gewährleistet werden kann. Herr E. geht an ein Computer-Terminal an welchem der GEPARD-Eingabeassistent installiert ist. Anhand seiner Benutzerkennung wird vom System erkannt, dass er lediglich Ersteller-Rechte besitzt. Er ist daher nicht in der Lage, die Fehlermeldung selbstständig abzuschließen, sondern ist lediglich meldeberechtigt. Das Programm ruft nun den firmenintern definierten Workflow für den Erstellerprozess auf. Nach der Eingabe der Artikelnummer wird Herrn E. automatisch die Bezeichnung des Bauteiles aus dem ERP-System angezeigt. Mit dieser kann er prüfen, ob er die richtige Artikelnummer eingegeben hat. Herr E. gibt nun im nächsten Schritt die Abteilung und den Arbeitsgang ein, bei denen der Fehler vermutlich verursacht wurde. Die Phrasen der Datenbank werden durch einen SQL-Befehl nach Abteilung und Arbeitsgang gefiltert und die dadurch stark reduzierte Phrasenanzahl von GEPARD in Drop-Down-Menüs einsortiert. Herr E. kann daraufhin den Fehler mithilfe der Phrasen eingeben. Er findet auf Anhieb alle Phrasen, die er eingeben möchte, in den Drop-Down-Menüs. Er gibt die folgende Kombination ein:

*Gewinde | durch | Schweißmaterial | irreparabel | verunreinigt | am | Gewinde | bolzen.*

Die ausgewählte Kombination wird von GEPARD an PUMA übergeben. PUMA findet in der Liste der möglichen Synonyme verunreinigt - verschmutzt. Das Synonym verschmutzt wird daher bei der Datenbanksuche gleichrangig mit der eingegebenen Phrase verunreinigt behandelt, das heißt, es würde bei einem direkten Vergleich der beiden Phrasen der Wert „0“ zurückgegeben werden. Herr E. bekommt nach dem Vergleich eine Liste der ähnlichsten bereits in der Datenbank vorhandenen Fehler. An oberster Stelle wird exakt die gleiche Phrasenkombination mit dem Abstand „0“ angegeben. Dies bedeutet, dass der Fehler bereits in der Datenbank vorhanden ist. Herr E. wählt den Fehler an. Um den Bearbeiter das Leben zu erleichtern, fügt Herr E. die Zeichnung des Bauteiles aus dem ERP-System ein und umrandet die Fehlerstelle mithilfe des aus GEPARD gestarteten firmeneigenen PDF-Editors. Herr E. schickt den Fehler an die Fehlerbearbeitung ab. GEPARD bucht daraufhin das fehlerhafte Teil über das ERP-System in das Sperrlager, speichert

die Fehlermeldung in den Formaten ASCII, XML sowie PDF und versendet eine Nachricht in Form einer E-Mail an Herrn B., Bearbeiter für Fehler, die mit der Maschine X zusammenhängen.

Herr B. meldet sich sogleich bei GEPARD an. GEPARD ermittelt bei ihm die nächsthöhere Rechtestufe, das heißt, Herr B. darf Fehler melden und Fehler verantwortlich bearbeiten. Zunächst wird eine Übersicht des eingegebenen Sachverhaltes angezeigt. Nach eingehender Kontrolle der Statistik stellt Herr B. folgendes fest:

Der Fehler trat in der letzten Woche fünfmal auf. Die Sofortmaßnahme, war aufgrund der irreparablen Verschmutzung stets Bauteil entsorgen. Bei den Ursachen zeigt sich dagegen ein anderes Bild. Bei jedem Fehler wurde eine andere Ursache angenommen. Dementsprechend verschieden sind die Abstellmaßnahmen, welche durch den geringen Zeitabstand (die Fehler sind allesamt von letzter Woche) noch nicht evaluiert werden konnten.

Herr B. entschließt sich daraufhin, die Sofortmaßnahme zu übernehmen und delegiert an Herrn E. per E-Mail, dass das Teil verschrottet werden soll. Danach unterbricht er die Bearbeitung und wendet sich an Herrn M. firmeninterner Moderator von TIGER.

Herr M. teilt die Besorgnis von Herrn B. über das häufige Auftreten des geschilderten Problems. Er entschließt sich, TIGER einzuberufen. Nach gründlicher Analyse der fünf vorhandenen Fehlermeldungen und der Bauteilunterlagen werden, die betroffenen Abteilungen informiert und daraufhin je Abteilung eine Person für den Workshop abgestellt. Während der Durchführung des Workshops stellt sich heraus, dass ein Grund für die Probleme die Schweißrobotersoftware sein kann.

Nachforschungen nach dem Workshop zeigen, dass die Abteilung „IT“ vorletzte Woche eine neue Software in den Schweißroboter eingespielt hat, ohne die anderen Stellen zu unterrichten.

Die Fehlermeldung kann daraufhin von Herrn B. mit der Ursache Mangelhafte Absprache und der Abstellmaßnahme Softwareänderungen allen Stellen melden fortgeführt werden. Herr B. erhält zudem vom Eskalationssystem die Nachricht, dass nach zweimaliger automatischer Benachrichtigung von Herrn E. die Sofortmaßnahme noch immer nicht fertig gemeldet wurde. Da wider erwarten Herr E. zwischenzeitlich im Urlaub ist, konnte er das Bauteil nicht entsorgen. Herr B. entscheidet sich dafür, dass er das Bauteil nun selbst entsorgt und bucht über GEPARD und dem ERP-System das Teil als verschrottet. Im letzten Schritt fügt Herr B., nachdem er die Abstellmaßnahme einige Zeit beobachten konnte, die Kosten, die Zeit und seine subjektive Bewertung der Maßnahmen in GEPARD ein, welche dann im neuerlichen Fehlerfall für die Fehlermeldungsstatistik zur Verfügung stehen.

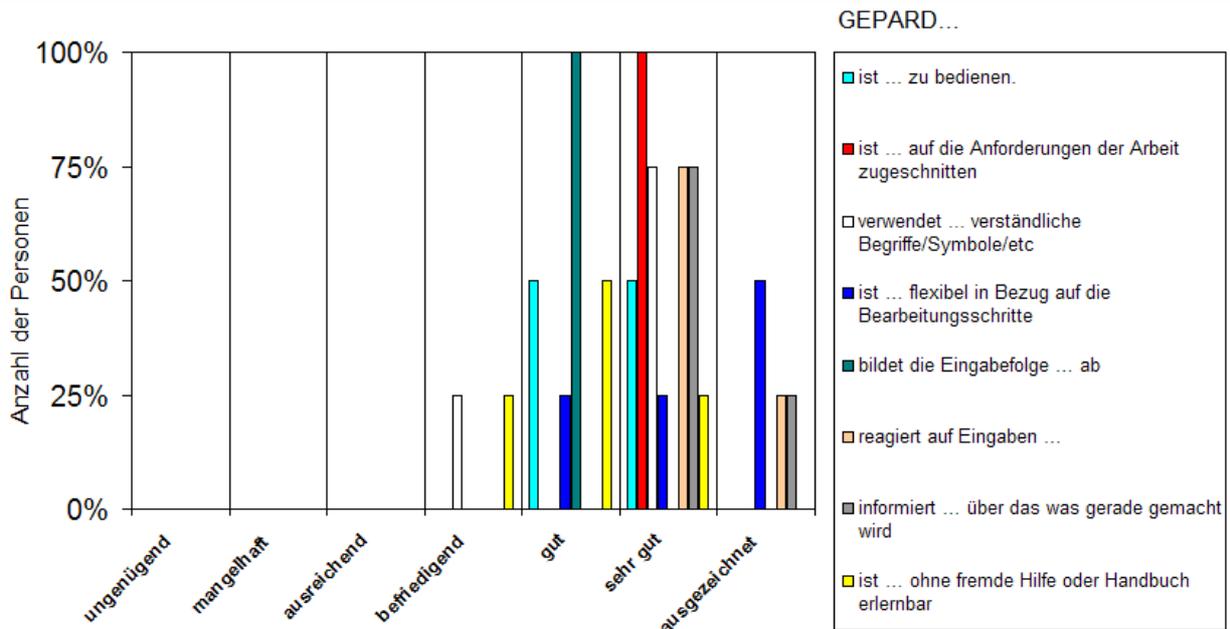


Abbildung 8: Evaluationsergebnis von GEPARD bei Mitarbeitern des mittelständ. Unternehmens

#### 4. Evaluation des FAMOS-Ansatzes

In Zusammenarbeit mit einem mittelständischen Unternehmen des Maschinenbaus wurde der FAMOS-Ansatz evaluiert. GEPARD und PUMA wurden zunächst durch vorgegebene Szenarien getestet und schließlich in den laufenden Werksbetrieb überführt. Aufgrund der plattformunabhängigen Programmierweise und der überschaubar gehaltenen Installationschritte konnte die Software mühelos in die Unternehmensumgebung eingesetzt werden.

Der Ansatz wurde daraufhin mit Hilfe von Fragebögen und Testkandidaten (Ersteller und Bearbeiter) evaluiert. Die Fragebögen zielten neben der Evaluation der FAMOS-Komponenten auch auf die allgemeine Bedienbarkeit der Software (Abbildung 8). Der Workshop TIGER wurde zur Verbesserung der Kreativität im Fehlermanagement eingeführt. Er wurde mit zwei häufig auftretenden Fehlerbildern durchgeführt, welche durch Auswertungen der Fehlermeldungsdatenbank eines mittelständischen Unternehmens ermittelt wurden. Bei den untersuchten 34 Fehlermeldungen der Datenbank zum Thema „Lieferantenprobleme“ wurden innerhalb eines Zeitraumes von 3 Monaten lediglich 9 unterschiedliche Ursachen und 6 verschiedene Abstellmaßnahmen gefunden (Abbildung 9). Bei TIGER wurden mit einer Stärke von 11 Personen innerhalb einer Stunde 27 Ursachen und zu den selektierten 4 Ursachen (in Abbildung 9 schraffiert) 19 unterschiedliche Maßnahmen gefunden.

Durch die Evaluation konnte gezeigt werden, dass die gesetzten Ziele erreicht wurden. Die FAMOS-Komponenten arbeiten einwandfrei. Insbesondere die strukturierten Eingabemöglichkeiten, die automatische Unterstützung bei Routinearbeiten und der Zugriff auf externe Schnittstellen, wie dem Zugriff auf das ERP-System, wurden von den Mitarbeitern besonders hervorgehoben.

Das Auffinden des Fehlerwissens mit PUMA funktioniert schnell, nachvollziehbar und einfach und ist damit den anderen Ansätzen aus Kapitel 2 deutlich überlegen.

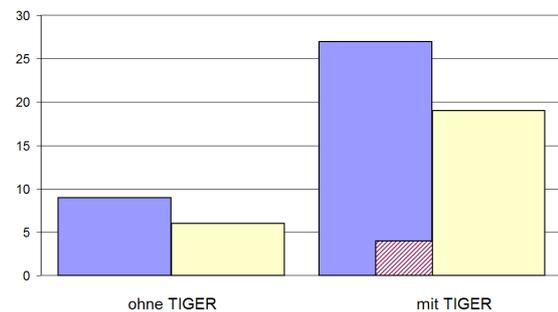


Abbildung 9: Vergleich der Ursachen- und Maßnahmenausbeute ohne und mit TIGER

Die einzelne Eingabezeile der Fehlermeldung (Abbildung 4) reichte für die vorwiegend auf Fertigungsfehlern festgelegte mittelständische Firma aus. Das stark mit dem Fehlermanagement verwandte Änderungsmanagement wurde konzeptionell angedacht, jedoch nicht umgesetzt. Ein Ausbau des Systems auf das Änderungsmanagement ist grundsätzlich mit den vorhandenen FAMOS-Komponenten möglich.

#### 5. Zusammenfassung

Im Bereich des Fehlermanagements wurden zunächst verschiedene Defizite aufgedeckt. Mangelhafte Vorgehensweisen zum Wiederauffinden von Fehlerwissen führen dazu, dass „das Rad bei jeder Fehlermeldung neu erfunden werden muss“. Die drei FAMOS-Komponenten GEPARD, PUMA und TIGER schaffen hier Abhilfe. GEPARD entbin-

det den Benutzer weitgehend von Routinearbeiten und sorgt für eine strukturierte Eingabe der Fehlerdaten. Der bereits etablierte firmeninterne Workflow kann mithilfe des eigens hierfür erstellten Konfigurators berücksichtigt werden. Das Eskalationssystem überwacht die für die Fehlermeldung wichtigen Termine und erinnert die Beteiligten in Abständen an die Fristen.

PUMA ist in der Lage, die mit GEPARD eingegebenen Fehlerbilder mithilfe einer angepassten Metrik wiederzufinden. Eine Statistik unterstützt den Bearbeiter beim Finden der Ursache und bei der Auswahl der Maßnahmen.

Treten ähnliche Fehlerbilder trotz der in Gang gesetzten Abstellmaßnahmen wiederholt auf oder können keine Ursachen und Maßnahmen gefunden werden, können durch den interdisziplinären Workshop TIGER Ursachen und Maßnahmen gefunden werden. Diese können dann in die Fehlerdatenbank übernommen werden.

## 6. Ausblick

Die Ausweitung auf Phrasentexte (mehrere Phrasenzeilen) für komplexe Fehlerbilder kann u.U. nötig werden. Das Hauptziel muss es daher sein, vor allem die Metrik weiterzuentwickeln. Ein weiteres Ziel stellt die Einbindung von mit dem Fehlermanagement verwandten Themengebieten, wie beispielsweise dem Änderungsmanagement oder dem Verbesserungsmanagement dar.

Darüber hinaus eignet sich das Konzept nicht nur für das Fehlermanagement sondern für die Wissensverwaltung allgemein. So kann künftig ein Großteil des unternehmensinternen Wissens mithilfe des FAMOS-Ansatzes gespeichert werden.

Betrachtet man die einzelnen Komponenten näher, so wird klar, dass vor allem GEPARD als universeller Konfigurator weiterentwickelt werden kann und dann für beliebige Eingabefolgen zur Verfügung stehen könnte.

Getestet wurde die FAMOS-Methode in Maschinenbauunternehmen. Es ist natürlich auch denkbar, dass diese Methode für andere Bereiche angewendet wird z.B. Fehlerdiagnose bei einer Computerhotline, Ermittlung von Ursachen bei Komplikationen im medizinischen Bereich, Maßnahmen gegen den Zeitverzug von Prozeduren in einer Hochschulverwaltung. U.U. müssen hierzu allerdings noch einige Modifikationen durchgeführt werden.

## 7. Literatur

- [1] Lindemann U.; Reichwald, R.: Integriertes Änderungsmanagement. Berlin, Heidelberg, New York: Springer 1998.
- [2] Linß, G.: Qualitätsmanagement für Ingenieure. Leipzig: Fachbuchverlag 2005.
- [3] Ohne Autoren: Teamorientierter Problemlösungsprozess / 8D-Methode. Online in Internet: [http://www.vda-qmc.de/de/downloads/8D-Report\\_BESCHREIBUNG.pdf](http://www.vda-qmc.de/de/downloads/8D-Report_BESCHREIBUNG.pdf) [Stand 2007-10-05].
- [4] Kaiser, M.-O.: Kundenzufriedenheit kompakt. Berlin: Erich Schmidt Verlag 2006.
- [5] DIN EN 60812. Analysetechniken für die Funktionsfähigkeit von Systemen - Verfahren für die Fehlerzustandsart- und -auswirkungsanalyse (FMEA) 2006.
- [6] DIN 25424. Fehlerbaumanalyse, Teil 1: Methode und Bildzeichen 1981.
- [7] Orendi, G.: Systemkonzept für die phasenneutrale Fehlerbehandlung als Voraussetzung für den Einsatz präventiver Qualitätssicherungsverfahren. Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen, Dissertation 1993.
- [8] Laschet, A.: Konzept eines Fehlerinformations- und -bewertungssystems. Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen, Dissertation 1994.
- [9] Pfeifer, T.: Wissensbasierte Systeme in der Qualitätssicherung. Berlin, Heidelberg, New York: Springer 1996.
- [10] Pfeifer, T.: Fehlermanagement mit objektorientierten Technologien in der qualitätsorientierten Produktentwicklung. Forschungszentrum Karlsruhe 1997.
- [11] Ellouze, W.: Entwicklung eines Modells für ein ganzheitliches Fehlermanagement. Universität Dortmund, Dissertation 2007.
- [12] Rütthard, N.: Rechnerunterstützter Erfahrungsrückfluss in der Prozesskette der Blechteilefertigung und -verarbeitung. Universität Hannover, Dissertation 2001.
- [13] Rieg, F.; Kaczmarek, M.: Taschenbuch der Maschinenelemente. München, Wien: Hanser Verlag 2006.



# milliOHM – eine Kinderkrippe entsteht

Ein Leitfaden  
für die Initiierung, Planung, Umsetzung und  
den Betrieb einer Kinderkrippe



## Vorwort

Sehr geehrte Damen und Herren, liebe Leserinnen und Leser,

die Bundesregierung hat sich das ehrgeizige Ziel gesetzt, bis zum Jahre 2013 im Bundesdurchschnitt einen Betreuungsplatz für jedes dritte Kind unter drei Jahren zu schaffen. Aus diesem Grunde scheinen Kinderkrippen wie Pilze aus dem Boden zu schießen. Oftmals ist dieser Weg allerdings mit Schwierigkeiten und Hindernissen verbunden, was wiederum zu einer erheblichen Zeitverzögerung bis zur Inbetriebnahme der Kinderbetreuungseinrichtung führen kann.

Wir haben es geschafft, eine Kinderkrippe innerhalb von 5 Monaten (von der ersten Besichtigung der Räume im Juni 2008 bis zum Empfang der ersten Kinder am 05.11.2008) ins Leben zu rufen. Dies war nur möglich, weil von Anfang an in einem Team interdisziplinär zusammengearbeitet wurde. Jedes Teammitglied hatte seine Aufgabe und es fand ein regelmäßiger Austausch statt, so dass ein Rädchen in das Andere greifen konnte und wir kontinuierlich und zügig voran kamen.

Unser Team bestand aus zwei Architekten (Hans Birnbaum, Roland Bachmann), einer Dipl.-Sozialpädagogin (Ulrike Schmidt) und einer Dipl.-Verwaltungswirtin / Betriebswirtin (Petra Schwendtner), sowie aus unserem sehr kooperativen und wohlgesonnenen Vermieter und Bauherrn Dr. Dr. Bengt Zikarsky, dem wir ganz besonders danken möchten.

Um Ihnen den Weg von der Planung bis zur Inbetriebnahme Ihrer Kinderkrippe zu erleichtern, möchten wir unsere Erfahrungen an Sie als künftige Planer, Betreiber und Träger von Kinderkrippen weitergeben und hiermit auf die eine oder andere Problematik oder Überlegung hinweisen.

Wir danken allen, die uns bei unserer Arbeit unterstützt haben, insbesondere dem Jugendamt der Stadt Nürnberg, der Bauordnungsbehörde der Stadt Nürnberg, der Hochschulleitung und allen beteiligten Mitarbeiterinnen und Mitarbeitern der Georg-Simon-Ohm-Hochschule Nürnberg, Herrn Dietl sowie Frau Ott und Herrn Strasheim für die redaktionelle Überarbeitung dieser Publikation.



Abbildung 1: Expertenteam v. l. n. r. Hans Birnbaum, Roland Bachmann, Ulrike Schmidt, Petra Schwendtner

## Inhaltsverzeichnis

milliOHM – eine Kinderkrippe entsteht .....	89
1. Ausgangslage .....	93
2. Erste Schritte / Vorüberlegungen .....	96
2.1 Trägerschaft der Einrichtung .....	96
2.2 Kooperation mit der Aufsichtsbehörde .....	98
2.3 Interdisziplinäres Expertenteam .....	99
3. Bau / Architektur .....	100
3.1 Bedarfsanalyse aus Sicht des Planers – bauliche Anforderungen .....	100
3.2 Bewertung und Analyse der Maßnahme anhand des Zeitrahmens und der finanziellen Rahmenvorgaben .....	102
3.2.1 Neubau .....	102
3.2.2 Umbau eines Mietobjektes .....	103
3.2.3 Entscheidung über den Umbau eines Mietobjektes .....	104
3.3 Bauliche Umsetzung der Maßnahme .....	105
3.3.1 Nutzungsänderung für Umbauobjekt (Eigentum oder Miete) .....	105
3.3.2 Checkliste zum Bauantrag .....	106
3.3.3 Relevante bauliche Belange .....	106
3.3.3.1 Brandschutz .....	106
3.3.3.2 Statik .....	107
3.3.3.3 Sicherheit, Unfallverhütung .....	108
3.3.4 Materialkonzept .....	109
3.3.4.1 Boden .....	109
3.3.4.2 Wände .....	109
3.3.4.3 Decken .....	110
3.3.4.4 Beleuchtung .....	110
3.3.4.5 Einbauten, Bewegungsraum .....	110
3.3.4.6 Sanitärbereich .....	110
3.3.4.7 Außenbereich, Spielplatz .....	111
3.3.5 Kostenaufstellungen Bauwerk .....	111
4. Pädagogische Planungen zur Errichtung der Kinderkrippe milliOHM .....	113
4.1 Konzeptionelle Aufgaben .....	113
4.2 Kurzkonzeption als Grundlage für die Bedarfsanerkennung / Betriebserlaubnis und für die baulichen Planungen .....	114
4.2.1 Grundsätze zur Arbeit im milliOHM .....	114
4.2.2 Auszüge in Anlehnung an die Kurzkonzeption milliOHM .....	115
4.2.2.1 Sozialadministrative Voraussetzungen .....	115
4.2.2.2 Pädagogische Schwerpunkte – Ziele der pädagogischen Arbeit .....	117
4.2.2.3 Angebote/Maßnahmen zur Umsetzung des pädagogischen Konzeptes .....	119
5. Anpassung der räumlichen Gegebenheiten an das pädagogische Konzept .....	120
5.1 Funktionsdiagramm zum pädagogischen Konzept mit teil-offener Struktur am Beispiel milliOHM .....	120
5.2 Konkrete räumliche Umsetzung .....	121
5.2.1 Grundriss milliOHM .....	121
5.2.2 Modell milliOHM .....	122
5.3 Umsetzung des pädagogischen Konzeptes in die Architektur .....	123
5.3.1 Konkrete Umsetzung des pädagogischen Konzeptes von milliOHM in die räumliche Gestaltung .....	123
5.3.2 Konkrete Umsetzung des pädagogischen Konzeptes im Einrichtungskonzept .....	127
6. Wirtschaftliche Überlegungen / Finanzierung .....	131
6.1 Zuschuss für die Erstausrüstung .....	131
6.2 Zuschuss zu den Mietkosten .....	132
6.3 Gesamtkostenkalkulation .....	133
6.4 Zuschüsse für den laufenden Betrieb .....	133
6.5 Kalkulation der Elternbeiträge .....	134
7. Inbetriebnahme von milliOHM .....	135
7.1 Namensfindung .....	135
7.2 Personalakquise .....	135

7.3 Kinderakquise .....	136
7.4 Unterlagen / Formulare .....	136
7.5 Betriebserlaubnis .....	136
8. Betriebsaufnahme Kinderkrippe – zentrale Überlegungen und erste Erfahrungen .....	137
8.1 Teamfindung .....	137
8.2 Eingewöhnung .....	137
8.3 Umsetzung der pädagogischen Konzeption – erste Erfahrungen.....	141

## Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1: Expertenteam v. l. n. r. Hans Birnbaum, Roland Bachmann, Ulrike Schmidt, Petra Schwendtner	
Abbildung 2: Blick auf den Campus Keßlerplatz .....	93
Abbildung 3: Alexej + Simone .....	94
Abbildung 4: Zertifikatsverleihung im April 2008 in Berlin mit Bundesfamilienministerin von der Leyen.....	95
Abbildung 5: Zertifikatsübergabe an den Präsidenten d. GSO-Hochschule Nürnberg Prof. Dr. Michael Braun .....	95
Abbildung 6: Aufbau des Hochschulservices für Familien an der Georg-Simon-Ohm Hochschule Nürnberg.....	98
Abbildung 7: Eingangsbereich bei der ersten Begehung .....	99
Abbildung 8: auf dem Spielplatz.....	100
Abbildung 9: Umbauarbeiten.....	101
Abbildung 10: Innenhof vor der Nutzungsänderung.....	102
Abbildung 11: Alkoven.....	103
Abbildung 12: Eingangsbereich bei der ersten Begehung .....	104
Abbildung 13: Eingang zu milliOHM.....	105
Abbildung 14: Sicherungskasten.....	106
Abbildung 15: Brandschutzsanierung der Decken .....	107
Abbildung 16: Sanitärbereich während des Umbaus .....	108
Abbildung 17: Wand- und Bodenarbeiten .....	109
Abbildung 18: "Sichtfenster" aus dem Sanitärbereich.....	110
Abbildung 19: Außenbereich mit Sandkasten, Holzhäcksel und Fallschutzbelag.....	111
Abbildung 20: Kabelgewirr im Eingangsbereich.....	112
Abbildung 21: musikalische Früherziehung.....	113
Abbildung 22: Pikler-Material .....	114
Abbildung 23: Entspannung im Bällebad .....	116
Abbildung 24: Beim Freispiel.....	117
Abbildung 25: Sing- und Spielkreis zur Förderung musikalischer und sprachlicher Fähigkeiten.....	118
Abbildung 26: Musikkreis als offenes Angebot.....	119
Abbildung 27: Blick aus dem Gruppenraum.....	123
Abbildung 28: Eingangsbereich.....	124
Abbildung 29: Blick aus dem Ruhe- und Entspannungsraum.....	125
Abbildung 30: Leitwand in Komplementärfarben.....	125
Abbildung 31: Wickelbereich .....	126
Abbildung 32: Garderoben im Eingangsbereich.....	127
Abbildung 33: Infosäulen vor den Gruppenräumen.....	128
Abbildung 34: Im Bewegungsbereich.....	128
Abbildung 35: Ballettspiegel als Attraktor.....	129
Abbildung 37: milliOHM-Farben .....	130
Abbildung 36: Gruppenräume mit Alkoven.....	130
Abbildung 38: Mittagessen.....	131
Abbildung 39: Bewegungsbaustelle .....	132
Abbildung 40: Beim Freispiel.....	133
Abbildung 41: Auf dem Weg zur Bewegungsbaustelle .....	134
Abbildung 42: Beim Frühstück .....	135
Abbildung 43: Beim Malen .....	136
Abbildung 44: Auf der Wöhrder Wiese.....	137
Abbildung 45: Blick in den Gruppenraum.....	139
Abbildung 46: Im Gruppenraum .....	140
Abbildung 47: Herbstspaziergang .....	141
Abbildung 48: Kanzler Achim Hoffmann, Vizepräsidentin Prof. Dr. Sibylle Kistro-Völker, Architekt Hans Birnbaum, Bay. Familienministerin Christine Haderthauer, Vermieter Dr. Dr. Bengt Zikarsky, administrative Leitung HSF Petra Schwendtner, Architekt Roland Bachmann, Pädagogische Leitung HSF Ulrike Schmidt .....	142

## 1. Ausgangslage

Die Georg-Simon-Ohm Hochschule Nürnberg ist eine Hochschule für angewandte Wissenschaften, an der praxisbezogen gelehrt und geforscht wird. Zwölf Fakultäten in vier Ausbildungsrichtungen (Technik, Betriebswirtschaft, Sozialwissenschaften, Design) bieten grundständige und weiterführende Studiengänge an, darüber hinaus Weiterbildungen und duale Studienvarianten. Mit mehr als 9.000 Studierenden, rund 250 Professorinnen und Professoren, ebenso vielen Lehrbeauftragten und über 300 Mitarbeiterinnen und Mitarbeitern ist das OHM die zweitgrößte Hochschule für angewandte Wissenschaften in Bayern und eine der Größten bundesweit.

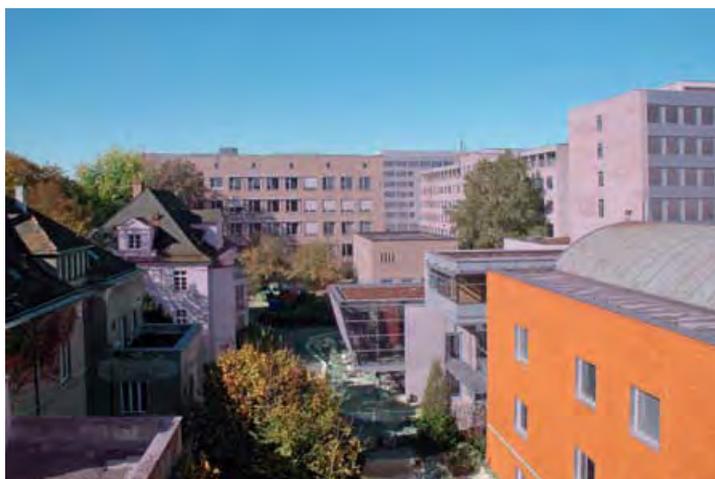


Abbildung 2: Blick auf den Campus Keßlerplatz

Die Georg-Simon-Ohm-Hochschule Nürnberg engagiert sich schon seit Jahren für eine bessere Vereinbarkeit von Familie und Beruf oder Studium. „Die Vereinbarkeit von Studium, Beruf und Familie ist uns ein besonderes Anliegen“, so steht es im Leitbild der Georg-Simon-Ohm Hochschule Nürnberg. Das OHM ist sich der Wichtigkeit dieses Satzes und ihrer daraus resultierenden Verantwortung bewusst. So hat die Ohm-Hochschule am 28. April 2008 als erste staatliche Hochschule in Bayern das Zertifikat der berufundfamilie gGmbH zur Reauditierung als „familiengerechte Hochschule“ erhalten. Bereits beim Grundzertifikat im Juni 2005 war das OHM Vorreiter.



Im Oktober 2006 wurde im Zuge der Auditierung die Servicestelle für Familien („Familienbüro“) ins Leben gerufen, die sich als Beratungs-, Informations- und Vermittlungsstelle für alle Hochschulangehörigen (Studierende, Professorinnen und Professoren, Mitarbeiterinnen und Mitarbeiter) zu allen Fragen rund um die Familie verstand. Im Januar 2009 wurde diese Einrichtung sowohl personell und räumlich als auch durch eine Erweiterung des Aufgabenspektrums zum Hochschulservice für Familien ausgebaut und als eine zentrale Einrichtung der Hochschule in der Grundordnung verankert. Hier unterstrich die Hochschule erneut die Ernsthaftigkeit, die mit der Reauditierung und mit der Zielvereinbarung mit dem Bayerischen Wissenschaftsministerium eingegangenen Verpflichtung verbunden ist, nämlich die Vereinbarkeit von Beruf / Studium und Familie durch geeignete Maßnahmenpakete weiter voran zu bringen.

Allen „familiengerechten“ Aktionen liegt folgender Familienbegriff zu Grunde:

„Familie wird heute in vielfältiger Form gelebt. Zum privaten und familiären Umfeld von Beschäftigten und Studierenden zählen alle (Lebens-)Gemeinschaften, in denen eine langfristige soziale Verantwortung für andere wahrgenommen wird, insbesondere für Kinder und pflegebedürftige Angehörige.“ (aus dem Auditbericht 2005 Informationen zur Hochschule S. 7).

Für die Georg-Simon-Ohm-Hochschule Nürnberg galt in der Vergangenheit und gilt auch heute noch die Maßgabe, dass alle Aktionen und Maßnahmen zielgerichtet und bedarfsgerecht sind. Um diesen Bedarf festzustellen, wurden an der Georg-Simon-Ohm-Hochschule Nürnberg in den Jahren 2005 und 2006 zwei Befragungen, einmal unter den Studierenden, desweiteren unter den Beschäftigten (Professorinnen und Professoren, Mitarbeiterinnen und Mitarbeiter) durchgeführt. Ergebnisse dieser Befragungen zeigten, dass vor allem ein erhöhter Bedarf an flexibler Kinderbetreuung, primär für die Altersgruppe der unter Dreijährigen, besteht. Einrichtungen zur flexiblen Kinderbetreuung, insbesondere eine Kinderkrippe, die auf hochschulspezifische Bedürfnisse und Besonderheiten ausgerichtet ist und sich in räumlicher Nähe zur Hochschule befindet, war bei allen befragten Gruppen eine übereinstimmende Forderung.



Abbildung 3: Alexej + Simone

Aus diesem Grunde fällt die Hochschulleitung der Georg-Simon-Ohm-Hochschule Nürnberg die Entscheidung, Kinderbetreuungsangebote auf- und auszubauen. In einem ersten Schritt wurden geeignete Betreuungskonzepte für Kinder in den ersten drei Lebensjahren entwickelt.

Um diese Forderung in die Praxis umzusetzen, wurden unterschiedliche Lösungen diskutiert. Letztendlich entschied die Hochschulleitung, dass die Georg-Simon-Ohm-Hochschule Nürnberg eine eigene Kinderkrippe eröffnen und selbst als Träger fungieren werde, und das Familienbüro – jetzt Hochschulservice für Familien – wurde beauftragt, die Planung und Implementierung der Kinderkrippe durchzuführen.

Ein Tipp am Rande: Im Rahmen einer Auditierung/Reauditierung der Institution als familiengerechte Hochschule oder familiengerechtes Unternehmen, z.B. durch die berufundfamilie gGmbH, müssen zielgerichtete, familiengerechte Maßnahmen schriftlich fixiert werden. Die jeweilige Leitung der Hochschule / des Unternehmens verpflichtet sich durch ihre Unterschrift zur Umsetzung der festgelegten Ziele. Manche Wege lassen sich so leichter ebnen, hausinterne Hürden überwinden und der eine oder andere Schritt zeitlich beschleunigen.



Abbildung 4: Zertifikatsverleihung im April 2008 in Berlin mit Bundesfamilienministerin von der Leyen



Abbildung 5: Zertifikatsübergabe an den Präsidenten der Georg-Simon-Ohm-Hochschule Nürnberg Prof. Dr. Michael Braun

## 2. Erste Schritte / Vorüberlegungen

Vor Etablierung einer Kinderkrippe sind zunächst einige Grundsatzentscheidungen, z.B. hinsichtlich der Rechtsform der Einrichtung und der Zuständigkeiten zu treffen.

### 2.1 Trägerschaft der Einrichtung

Die Frage nach der Rechtsform für die neu zu gründende Einrichtung ist die erste wichtige Entscheidung. Dies ist u.a. von den konzeptionellen Zielvorstellungen abhängig.

Für die Georg-Simon-Ohm-Hochschule Nürnberg kamen als mögliche Rechtsformen ein e.V. (eingetragener Verein) sowie eine GmbH bzw. gGmbH in Betracht.

Nachfolgend ein Vergleich zwischen dem eingetragenen Verein und einer GmbH (vgl. Merchel 2003, S. 179ff.):

	<b>Eingetragener Verein e.V. (§§21-79 BGB)</b>	<b>Gesellschaft mit beschränkter Haftung (GmbH) – GmbH-Gesetz</b>
<i>Charakterisierung</i>	Ein auf Dauer angelegter Zusammenschluss natürlicher und/oder juristischer Personen zur Erreichung eines gemeinsamen (ideellen) Zwecks, der durch Eintragung ins Vereinsregister Rechtsfähigkeit erlangt und dadurch als juristische Person auftreten kann.	Eine aus Kapitalgebern gebildete Kapitalgesellschaft, bei der sich natürliche oder juristische Personen zur Erreichung eines Zwecks zusammenfinden und sich dazu eine körperchaftliche Verfassung geben; eine GmbH auch mit nur einer juristischen Person ist möglich.
<i>Gemeinnützigkeit</i>	Durch Zuerkennung des Finanzamtes bei gemeinnützigem Zweck und bei Bindung der Vereinsgeschäfte an die Gemeinnützigkeitsregelungen der Abgabenordnung (dokumentiert und verankert in der Satzung) sowie bei tatsächlicher Befolgung dieser Regelungen	Durch Zuerkennung des Finanzamtes bei gemeinnützigem Zweck und bei Bindung der GmbH-Geschäfte an die Gemeinnützigkeitsregelungen der Abgabenordnung (dokumentiert und verankert im Gesellschaftsvertrag) sowie bei tatsächlicher Befolgung dieser Regelungen
<i>Errichtung - Gründung</i>	Durch Satzungserstellung von mindestens 7 Gründungsmitgliedern; notarielle Beurkundung der Gründung und über den Notar vom Vorstand veranlasste Eintragung in das Vereinsregister	Notariell beurkundeter Gesellschaftervertrag und notariell veranlasste Eintragung ins Handelsregister; Aufbringen eines Stammkapitals von mindestens 25000€ (Stammeinlagen eines oder mehrerer Gesellschafter), Bestellung eines Geschäftsführers; Die Gründung einer haftungsbeschränkten Unternehmergesellschaft mit nur 1,00 EUR Stammkapital ist möglich, diese darf aber die Gewinne nicht voll auszahlen, sondern muss solange ein Viertel des jährl. Jahresüberschusses in eine gesetzliche Rücklage einstellen, bis das gesetzl. Mindestkapital von 25000€ erreicht ist (§ 5a GmbHG).

<i>Organe</i>	Mitgliederversammlung Vorstand Besondere Vertreter nach § 30 BGB (möglich) Beirat o. Ä. (möglich)	Gesellschafterversammlung Geschäftsführer Aufsichtsrat (ab 500 Mitarbeiter erforderlich) Beirat o. Ä. (möglich)
<i>Innenverhältnis</i>	Geschäftsführung durch Vorstand oder besondere Vertreter gem. § 30 BGB, gebunden an Beschlüsse der Mitgliederversammlung und des Vorstandes; Mitgliederversammlung, mind. Einmal im Jahr einzuberufen; Kontrolle des Vorstandes durch die Mitgliederversammlung;	Geschäftsführung durch Geschäftsführer, gebunden an Rahmenbeschlüsse der Gesellschafterversammlung; Gesellschafterversammlung mit Rahmenbeschlüssen zur Geschäftspolitik und Kontrolle des Geschäftsführers (Stimmrecht der Gesellschafter gebunden an den jeweiligen Anteil der Stammeinlagen)
<i>Außenverhältnis</i>	Vertretung durch den Vorstand oder besondere Vertreter (§30 BGB); Buchführungspflicht und Jahresabschlusspflicht;	Geschäftsführer; Buchführungspflicht und Bilanzierungspflicht
<i>Haftung</i>	Begrenzt auf das Vereinsvermögen; Haftung von Vorstandsmitgliedern und/oder des Geschäftsführers bei grob fahrlässiger Pflichtverletzung; Wichtig für Haftungsfragen: Entlastung durch Mitgliederversammlung;	Begrenzt auf das Vermögen der GmbH (einschl. Stammkapital); Haftung von Organmitgliedern bei schuldhaftem Verstoß gegen Pflichten; Wichtig für Haftung des Geschäftsführers: Entlastung durch Gesellschafterversammlung;
<i>Veränderungen im Organisationsrahmen</i>	Satzungsänderung durch Beschluss der Mitgliederversammlung (mit spezieller, in Satzung festgelegter Mehrheit), einzutragen in das Vereinsregister; Auflösung durch Beschluss der Mitgliederversammlung, Insolvenz, Entzug der Rechtsfähigkeit oder durch Sinken der Mitgliederzahl unter drei; Ein- und Austritt von Mitgliedern oder Ausschluss von Mitgliedern gem. Regelungen der Satzung	Änderung des Gesellschaftsvertrages durch Beschluss der Gesellschafterversammlung, einzutragen ins Handelsregister; Auflösung durch Beschluss der Gesellschafterversammlung oder durch Insolvenz; Veräußerung von Gesellschaftsanteilen oder Aufnahme neuer Gesellschafter durch Beschluss der Gesellschafterversammlung

Nach Abwägung aller Vor- und Nachteile hat die Hochschulleitung der Georg-Simon-Ohm-Hochschule Nürnberg entschieden, selbst als Träger der Kinderkrippe aufzutreten, weil hierdurch die Vereinbarkeit von Beruf/Studium und Familie und die daraus resultierenden hochschulspezifischen Anforderungen am besten umgesetzt, eine interdisziplinäre Verknüpfung mit der Lehre angestrebt, sowie eine Kontinuität in der Führung / Leitung der Einrichtung und somit der Qualität erzielt werden kann.

milliOHM ist nunmehr ein Teil der zentralen Einrichtung „Hochschulservice für Familien“.

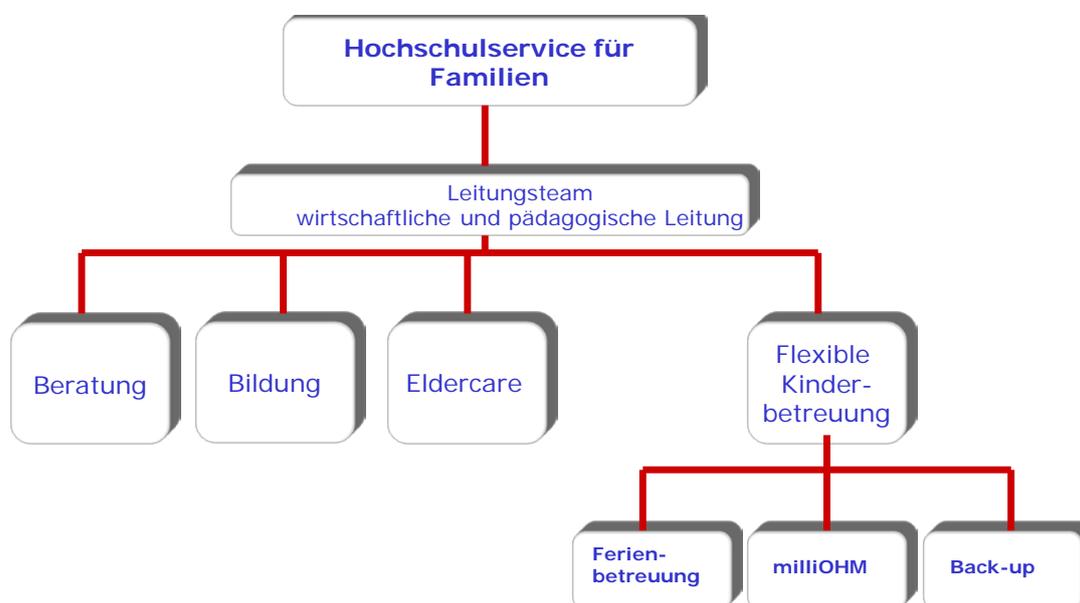


Abbildung 6: Aufbau des Hochschulservices für Familien an der Georg-Simon-Ohm Hochschule Nürnberg

## 2.2 Kooperation mit der Aufsichtsbehörde

Die Gemeinden sind u.a. zuständig, für ein ausreichendes Kinderbetreuungsangebot zu sorgen (Art. 5ff. BayKiBiG). Aus diesem Grunde sollte das örtliche Jugendamt von Beginn der Planung an mit eingebunden werden. Unser Verhandlungspartner war die Stadt Nürnberg, als zuständige Behörde das Jugendamt.

Zunächst muss die Kommune den sogenannten Bedarf zur Errichtung einer Kinderkrippe anerkennen. Hierfür muss neben der Absicht des Trägers zur Etablierung einer Kindertagesstätte und der geplanten Lage und Größe der zu errichtenden Einrichtung auch ein pädagogisches Rahmenkonzept eingereicht werden. Nach Prüfung dieser Unterlagen erteilt die Genehmigungsbehörde eine sogenannte Bedarfsanerkennung, d.h. sie hat keine Einwände gegen die Errichtung einer Kindertagesstätte im vorgesehenen Gemeinwesen; der von der Kommune erhobene Bedarf besteht, vorausgesetzt die räumlichen, baulichen und pädagogischen Voraussetzungen und Vorschriften werden entsprechend berücksichtigt, beantragt und umgesetzt.

Damit ist der erste Schritt zur Betriebserlaubnis einer Kinderkrippe, und damit auch zur kommunalen Förderung sowohl was Neubau, Umbau und Ausstattung der Einrichtung betrifft, als auch die Finanzierung der laufenden Betriebskosten, getan.

### 2.3 Interdisziplinäres Expertenteam

Unsere Erfahrung hat gezeigt, dass bereits zu diesem frühen Stadium ein interdisziplinäres Expertenteam zusammenarbeiten sollte, dessen Aufgabe die zügige Implementierung der Einrichtung ist. In unserem Falle waren die Fachrichtungen Architektur, Betriebswirtschaft und Sozialwissenschaften vertreten. Diese Kombination in der interdisziplinären Zusammenarbeit hat sich als äußerst konstruktiv und produktiv erwiesen. Es können hierdurch schnelle, koordinierte Entscheidungen getroffen werden, die den Prozess der Umsetzung positiv beeinflussen und entscheidend vorantreiben.



Abbildung 7: Eingangsbereich bei der ersten Begehung

Bis die endgültige Betriebserlaubnis erteilt wird, also bis die Kinderkrippe ihren Betrieb tatsächlich aufnehmen kann, sind vielfältige Aufgaben zu bewältigen. Dieser Weg soll nun, aus der jeweiligen Expertensicht, beschrieben werden.

### 3. Bau / Architektur

Dieses Kapitel soll vor allem Architekten und bauliche Planer unterstützen. Sie erhalten hier die wesentlichen Informationen, die bei einem Kinderkrippen-Neubau oder Umbau eines Objektes zur Kinderkrippe relevant sind.

#### 3.1 Bedarfsanalyse aus Sicht des Planers – bauliche Anforderungen

Da es im Gegensatz zu Kindergärten für Kinderkrippen kein Standardraumprogramm gibt, ist auch in dieser Frage eine frühzeitige Abstimmung mit dem örtlichen Jugendamt ratsam. Anhand der Anzahl der Betreuungsplätze kann ein Mindestwert für die Größe der Einheit angenommen werden.

Dieser Richtwert kann wie folgt berechnet werden:

Anzahl der Kinder  
x 9 qm  
plus Außenspielflächen (angestrebt  
werden 10 qm pro Kind)  
plus Abstellmöglichkeiten



Abbildung 8: auf dem Spielplatz

Folgende Rahmenpunkte sind frühzeitig abzuklären:

- Zugangsmöglichkeit mit Abstellflächen, Kurzzeitstellplätze

Für das Bringen und Abholen der Kinder sollten mehrere Kurzzeitparkplätze vorhanden sein. Die ist im Bestand und im Bereich der Innenstädte meist nur schwer umsetzbar. Bei einem Neubau sollte aber dieser Aspekt frühzeitig berücksichtigt werden.

- Statik, vorhandene Verkehrslast des Objektes

Einstufung wie Kindergarten, 350 kg/qm (bis 500 kg/qm) Verkehrslast, siehe [Punkt 3.3.3.2](#), Büroräume benötigen nur 200 kg/qm.

- Mögliche Aufteilung der Räume hinsichtlich tragender Wände, Stützen und Brandwände

Sind die Räumlichkeiten für die Umnutzung als Kinderkrippe vom Tragsystem geeignet? Welche Wände können entfernt bzw. umgesetzt werden?

- Einordnung der Kinderkrippe als Sonderbau (BayBO), daher hohe bauliche Anforderungen an die Bauteile bezüglich des Brandschutzes

- Erforderlicher zweiter baulicher Fluchtweg (meist ab einer Größe von zwei Gruppen)

Diese Vorgabe ist ebenfalls notwendig auf Grund der Einstufung als Sonderbau. Daher ist die Anordnung im Erdgeschoss oder Hochparterre sehr sinnvoll.

- Außenspielflächen, je nach Lage auch das Heranziehen naher öffentlicher Spielflächen

Gefordert werden grundsätzlich rund 10 qm pro Kind. Im Bestand ist dies oft nicht realisierbar. Daher diesen Punkt frühzeitig mit dem Jugendamt bzw. dem Zuschussgeber klären.

- Umfang der Umbaumaßnahmen und voraussichtliche Dauer der Baumaßnahme, Vorfinanzierung!



Abbildung 9: Umbauarbeiten

### 3.2 Bewertung und Analyse der Maßnahme anhand des Zeitrahmens und der finanziellen Rahmenvorgaben

Für die Etablierung einer neuen Kinderkrippe stehen zwei Möglichkeiten zur Auswahl:

Entweder wird das Vorhaben im Rahmen eines Neubaus verwirklicht oder in Form eines Umbaus eines Mietobjekts umgesetzt. Beide Wege wurden für die Kinderkrippe der Georg-Simon-Ohm-Hochschule Nürnberg in Betracht gezogen und gegeneinander abgewogen.

#### 3.2.1 Neubau

Je nach Höhe des Investitionsvolumens bedarf es einer erheblichen Dauer für Bauantrag (= Bauantrag = Aufstellung des Raumbedarfes und der überschlägigen Kosten für die Regierung), Genehmigungen, Planungen, öffentlich-rechtlicher Genehmigung (= Bauantrag = Antrag auf Nutzungsänderung) und Umsetzung. Die Einhaltung der Verfahren und Vergabemodi ist ausschlaggebend für die Gewährung von Zuschüssen. Für die komplette Umsetzung mit Vorabstimmungen ist ein Zeitrahmen von zwei bis drei Jahren realistisch (optimistisch?).

Vorab ist ein Bauantrag mit dem Raumbedarf und dessen Ausstattung mit der Aufsichtsbehörde (Bezirksregierung – nicht die Kommune) abzustimmen. Dies erfolgt normalerweise in Zusammenarbeit mit einem Staatsbauamt als Bauherrenvertreter. Da es für Kinderkrippen kein standardisiertes Raumprogramm gibt, ist die Einbeziehung des örtlichen Jugendamtes ratsam. Der Träger nimmt dazu Stellung und begründet den Bedarf. In einem baufachlichen Gutachten wird der Bedarf festgestellt und mit einer Kostenschätzung beziffert. Anschließend wird der Bauherr mit der Aufstellung der HU-Bau-Unterlagen (Haushaltsunterlage Bau) beauftragt. Diese beinhaltet einen detaillierten Entwurf und eine Kostenberechnung für das Objekt. Ist die HU-Bau durch die Bezirksregierung geprüft und von der OBB (Oberste Baubehörde) genehmigt, erfolgt normalerweise die Beauftragung zur Aufstellung der AFU-Bau (Ausführungsunterlagen Bau). Diese besteht hauptsächlich aus der Werkplanung des Objektes sowie die Aufstellung der Ausschreibungsunterlagen für den Neubau. Je nach Kostenvolumen sind für das Vergabeverfahren (öffentliche Ausschreibung, beschränkte Ausschreibung...) der Bauleistungen erhebliche Fristen einzuhalten. Ist Kostensicherheit für die Maßnahme gegeben, kann in der Regel mit der Baumaßnahme begonnen werden.

Der beschriebene Ablauf bezieht sich auf die Umsetzung eines Objektes im Rahmen der Staatsbauverwaltung.

Handelt es sich um einen privaten Bauherren/Träger sind „nur“ ein Bauantrag zur öffentlich-rechtlichen Genehmigung bei der Bauordnungsbehörde ([Punkt 3.3.2](#)) und ein Antrag beim zuständigen Jugendamt (Zuschuss, Betriebserlaubnis – [Punkt 3.3.5](#) zu stellen. Eine frühzeitige Einbeziehung der Ämter sollte immer erfolgen.



Abbildung 10: Innenhof vor der Nutzungsänderung

Die Kosten sind stark von den Rahmenbedingungen abhängig. Handelt es sich bei der Krippe um ein Einzelgebäude oder ist es in einen Gesamtkomplex integriert? Der Ausbaustandard (z.B. Bodenbelag mit Parkett oder Linoleum, Glasanteil der Fassade...), und mit Einführung der EnEV 2009 sowie dem Erneuerbare-Energien-Wärmegesetz (EEWärmeG), der energetischen Standard, sind wesentliche Faktoren die den Kostenrahmen bestimmen. Ein Betrag von ca. 2.700 bis 3.250 Euro/qm bezogen auf den qm Hauptnutzfläche, sind realistisch. Dies entspricht auch in etwa den möglichen Baukostenzuschüssen.

Flächenbedarf: Von Seiten des Jugendamtes der Stadt Nürnberg werden derzeit nachfolgende Raumvorgaben für eine Krippe mit drei Gruppen (36 Plätze) empfohlen bzw. maximal bezuschusst:

- Fläche für Gruppen- und Mehrzweckräume: 175 qm
- Leitung: 10 qm
- Personal: 22 qm
- Elternwartebereich: 17 qm
- Küche: 17 qm
- Lager: 22 qm
- Abstellflächen für Kinderwagen: 20 qm

Nach Abschluss der Baumaßnahme ist dem Zuschussgeber ein Verwendungsnachweis vorzulegen, aus dem hervorgeht, dass die Gelder entsprechend der genehmigten Unterlagen verwendet wurden.



Abbildung 11: Alkoven

### 3.2.2 Umbau eines Mietobjektes

Für die zeitnahe Umsetzung einer Kinderkrippe bietet sich die Umnutzung / der Umbau von bestehenden oder von angemieteten Räumen an. Je nach Höhe des Investitionsvolumens muss die Abstimmung mit den kommunalen Zuschussgebern bzw. mit der Regierung erfolgen. Näheres sollte man frühzeitig beim zuständigen Jugendamt bzw. den Regierungen erfragen.

Auch bei einem Umbau gilt es, das Raumprogramm frühzeitig mit dem Jugendamt abzustimmen, da der Bestand oft räumliche Zwänge vorgibt. Eine Besichtigung mit dem Jugendamt vor der Anmietung sollte unbedingt

erfolgen. Die Tauglichkeit für die Umnutzung zu einer Kinderkrippe muss durch einen Architekten zusammen mit dem Jugendamt geklärt werden.

Vor dem Umbau der Räume zu einer Kinderkrippe ist immer ein Bauantrag (= Nutzungsänderungsantrag) bei der örtlichen Baubehörde zu stellen. Dessen Umfang wird im Folgenden beschrieben ([siehe unter 3.3.2](#)).

Vor der Umsetzung der Baumaßnahme ist mit dem Zuschussgeber zu klären, welche Vergabemodi eingehalten werden müssen, wie der Verwendungsnachweis zu führen ist und wer den Verwendungsnachweis prüft. Da die Jugendämter meist nicht über die personelle Fachkompetenz in baulichen Angelegenheiten verfügen, erfolgt oft eine Zusammenarbeit mit den kommunalen Bauämtern.

Die Kosten für den Umbau sind wesentlich von den nötigen Maßnahmen abhängig. Beim Objekt milliOHM handelte es sich um eine Umnutzung von Büroräumen im Hochparterre, in der Nähe der Hochschule gelegen (erweiterter Innenstadtbereich). Das Gebäude stammt aus dem Jahr 1951 und war weitgehend in gutem Zustand. Lediglich die Decke erforderte eine aufwendige Brandschutzsanierung. Der bestehende Teppichboden und Trockenbauwände sowie die vorhandene abgehängte Decke wurden aufgenommen und entsorgt. Die neue Raumstruktur wurde mit Gipskartonwänden umgesetzt. Als Bodenbelag wurde Linoleum verwendet. Der Sanitärkern ist den Bedürfnissen der Kinder angepasst worden. Alle Räume erhielten eine neue Gipskartondecke, überwiegend als Akustikdecke.

Die Umbaukosten (nur Baukosten) lagen beim Objekt milliOHM bei ca. 650 €/qm bezogen auf einen qm Hauptnutzfläche.

Zu den Fördermöglichkeiten geben die Jugendämter Auskunft. Zuschüsse können für den Umbau (förderfähige Kosten erfragen) und zur Einrichtung/Möblierung beantragt werden.

### 3.2.3 Entscheidung über den Umbau eines Mietobjektes

Die Kinderkrippe milliOHM sollte baldmöglichst eröffnet werden, d.h. ein Neubau wäre nicht schnell genug umsetzbar gewesen. Nachdem ein geeignetes Mietobjekt in unmittelbarer Nähe zur Hochschule gefunden worden war, wurde die Entscheidung für den Umbau zur Kinderkrippe als zeitnahe Lösung vorgezogen.

Das Jugendamt war schon frühzeitig in die Planungen einbezogen. Vertreter des Jugendamtes nahmen bereits an einer der ersten Besichtigungen teil. Aus Sicht der Behörde gab es keine grundlegenden Einwände gegen das Mietobjekt. Erste Aussagen



Abbildung 12: Eingangsbereich bei der ersten Begehung

über Art und Umfang der Umbaumaßnahmen sowie unverbindliche Aussagen über die Größe der Einrichtung und der daraus resultierenden Anzahl der Betreuungsplätze, konnten zu diesem frühen Zeitpunkt bereits getroffen werden. Dies wurde dann mit dem von uns ermittelten Bedarf an Plätzen abgeglichen. Ferner sind diese Daten wichtig für die zu erwartenden öffentlichen Zuschüsse, was die Kosten sowohl für den Umbau als auch für die Erstausrüstung der Einrichtung betrifft.

Um den Umbau und die Inbetriebnahme einer Kinderkrippe gewährleisten zu können, darf die Kooperationsbereitschaft des Vermieters nicht unterschätzt werden. Eine Kinderkrippe in ein Gebäude zu integrieren, ist nur mit erheblichem Aufwand zu bewerkstelligen.



Abbildung 13: Eingang zu milliOHM

### 3.3 Bauliche Umsetzung der Maßnahme

Nachdem die Hochschulleitung der Georg-Simon-Ohm-Hochschule Nürnberg die Entscheidung für einen Umbau getroffen hatte, wurde sofort mit der baulichen Umsetzung begonnen, um die Krippe baldmöglichst eröffnen zu können.

#### 3.3.1 Nutzungsänderung für Umbauobjekt (Eigentum oder Miete)

Werden bestehende Räumlichkeiten wie Wohn-, Gewerbe- oder Büroräume zu einer Krippe umgebaut, bedarf es eines Nutzungsänderungsantrages beim örtlichen Bauamt, da es sich bei einer Kinderkrippe um eine Sondernutzung handelt. Dieser entspricht im Wesentlichen einem Bauantrag und dessen Bestandteilen.

Vorab sollte geklärt werden, ob es einen Bebauungsplan gibt und in welchem Gebiet sich das Objekt befindet, sowie ob das Gebäude unter Denkmalschutz bzw. Ensembleschutz steht.

Das Objekt sollte in „gutem Zustand“ sein, da sonst die geforderten Nachweise hinsichtlich Statik, Brandschutz und Unfallschutz nicht zu erbringen sind.

Eine mündliche Vorabstimmung mit der Baubehörde ist sinnvoll. Da es sich bei einer Kinderkrippe um eine Einrichtung für das Gemeinwohl handelt, werden Sie (hoffentlich) offene Türen vorfinden.

### 3.3.2 Checkliste zum Bauantrag

Mit dem Bauantrag sind vorzulegen (zu verstehen als Checkliste, Umfang mit dem örtlichen Bauamt abklären):

- Amtlicher Lageplan, Auszug aus dem Kataster mit den angrenzenden Nachbarn
- Auszug aus dem städtebaulichen Register, Bebauungsplan
- Umbaupläne, Grundrisse, Schnitte, Ansichten, Außenanlagenplan
- Bauantrag mit Baubeschreibung
- Berechnung der Flächen und der Volumen
- Stellplatznachweis nach örtlicher Satzung für PKWs und Fahrräder

Zu beachten: „fiktive“ Stellplätze (in Wirklichkeit nicht vorhandene Stellplätze, die im Zuge der Aufstellung einer Stellplatzordnung einem Objekt zugeteilt wurden. Der Schlüssel für Kinderkrippen ist im Vergleich z.B. zu Büroräumen meist niedrig. Bei einer Umnutzung von Büroräumen zu einer Kinderkrippe „verfallen die überzähligen nicht vorhandenen Stellplätze. Bei einer erneuten Umnutzung, von einer Kinderkrippe wieder zu Büroräumen, müssen aber die nun wieder notwendigen Stellplätze abgelöst werden, wenn diese nicht auf dem Grundstück nachgewiesen werden können.)

- Brandschutznachweis bzw. Brandschutzkonzept (evtl. in geprüfter Form) da Sonderbau
- Statik über die tragenden Bauteile, Brandschutz der tragenden Bauteile, evtl. Prüfstatik
- Kostenübernahmeerklärung über die vorzeitige Prüfung des Brandschutzes bzw. der Statik



Abbildung 14: Sicherungskasten

### 3.3.3 Relevante bauliche Belange

Nachfolgende Aspekte erfordern besondere Beachtung.

#### 3.3.3.1 Brandschutz

Nach BayBO, Art. 2, Punkt 4/10 handelt es sich bei Kinderkrippen um „Tageseinrichtungen für Kinder, behinderte und alte Menschen“ und ist deshalb als "Sonderbau" einzustufen. Dem Brandschutz ist deshalb besonderem Augenmerk zu schenken.

Die Einordnung in die jeweilige Gebäudeklasse (Höhe des Gebäudes) nach Art 2 BayBO spielt dabei ebenfalls eine wichtige Rolle.

Der Brandschutznachweis kann durch den Architekten aufgestellt werden. Es empfiehlt sich jedoch bei größeren Projekten bzw. älterem Bestand einen Brandschutzfachplaner hinzuzuziehen. Die Prüfung erfolgt entweder durch einen Brandschutzprüfsachverständigen oder durch die Bauordnungsbehörde. Der Aufsteller des Brandschutznachweises kann aber nicht auch als Prüfsachverständiger auftreten.

Die Prüfung des Brandschutznachweises durch die Bauordnungsbehörde ist beim Bauantrag zusätzlich kostenpflichtig. Für den Brandschutzprüfsachverständigen ist aber ebenfalls ein Honorar erforderlich.

Die Ausführung und Umsetzung des Brandschutzkonzeptes ist durch den Brandschutzprüfsachverständigen zu überwachen und zu bestätigen.

Brandschutzplaner und Brandschutzprüfsachverständige findet man im Internet in entsprechenden Listen bzw. bei den Architektenkammern.

Je nach Umfang kann dieser Teil des Nutzungsänderungsantrages mit erheblichen Honorarkosten zu Buche schlagen.

Aufgrund der Schulbaurichtlinien (in Bayern nicht eingeführt) und den Vorgaben der Feuerwehr, ist für Kinderkrippen meist ein zweiter baulicher Fluchtweg nachzuweisen. Dieser muss unabhängig vom „ersten“ Fluchtweg (z. B. notwendiges Treppenhaus) funktionieren bzw. darf sich nicht mit diesem überlagern. Dies ist bei städtischen Grundstücken oft schwierig und bedarf evtl. der Zustimmung eines Nachbarn. Der Fluchtweg über ein Nachbargrundstück muss zu Gunsten der Genehmigungsbehörde/Stadt in das Grundbuch eingetragen werden („beschränkt persönliche Grunddienstbarkeit“).



Abbildung 15: Brandschutzsanierung der Decken

### 3.3.3.2 Statik

Ebenfalls aufgrund der Einstufung einer Kinderkrippe als Sonderbau ist eine Statik bzw. ein Nachweis über die Einhaltung der Verkehrslast im Zuge des Nutzungsänderungsantrages vorzulegen.

Kinderkrippen werden nach DIN 1055: Einwirkungen auf Tragwerke – Teil 3 : Eigen- und Nutzlasten für Hochbauten, und nach den Mitteilungen des Koordinierungsausschusses der Prüfämter und Prüfsachverständigen für Bau- und Tragwerke in Bayern B14/1998 Verkehrslasten, mit 350 bis 500kg/qm (lotrechte) Verkehrslast wie Kindergärten ein-

gestuft. Dies kann bei älteren und historischen Gebäuden zu Problemen führen, da diese Anforderungen nicht gegeben bzw. durch Fehlen von Bestandsunterlagen nicht nachzuweisen sind.

Unter besonderen Umständen kann im Zuge des Nutzungsänderungsantrages ein Antrag auf Abweichung gestellt werden, in dem eine geringere Verkehrslast mit unten begründeten Auflagen genehmigt werden kann (z.B. keine Verwendung von schweren Spielgeräten, Elternversammlungen finden in anderen Räumlichkeiten statt ...). Der Nachweis ist aber in allen Fällen durch einer Tragwerksplaner zu führen und zu begründen.

### 3.3.3.3 Sicherheit, Unfallverhütung

Für die bauliche Umsetzung und den Betrieb einer Kinderkrippe sind die einschlägigen Sicherheitsvorschriften zu beachten.

Insbesondere:

- GUV SR 2002 „Sicherheitsregeln für Kindergärten“, Fassung 2006 mit dem Ergänzungsblatt für Kinderkrippen, sowie den ergänzenden Bestimmungen „Sicherheitstechnische Anforderungen, für Horte, Krippen altersgemischte Gruppen, Häuser für Kinder“ vom 13.10.2008,
- GUV-SI 8017 „Außenspielflächen und Spielplatzgeräte“,

sowie die DIN Normen

- EN 1176 Spielplatzgeräte
- EN 1177 Stoßdämpfende Spielplatzböden.

Die Fachberater des GUV (Gemeinde – Unfall – Verband) geben gerne Auskunft und haben sich als kompetente Ansprechpartner erwiesen.

Zur Erteilung der Betriebserlaubnis ist die Abnahmebescheinigung eines Sicherheitsingenieurs beim Jugendamt vorzulegen.



Abbildung 16: Sanitärbereich während des Umbaus

### 3.3.4 Materialkonzept

Wegen der Altersgruppe der Nutzer in einer Kinderkrippe ist eine erlebnisreiche Umsetzung der Räumlichkeiten anzustreben, wobei aber kein Material- und Oberflächenchaos entstehen darf. Eine durchgehende Struktur der Räume gibt auch den Kindern die Möglichkeit zur Identifikation und des Wiedererkennens. Überschaubare und „durchschaubare“ Bereiche erleichtern gerade kleinen Kindern die Orientierung.

Nachfolgend sind stichpunktartig die wichtigsten Bauteile bzw. Bereiche mit ihren Anforderungen und deren Umsetzung dargestellt:

#### 3.3.4.1 Boden

Viele Aktivitäten in einer Kinderkrippe finden am Boden statt. Die Oberfläche muss daher vielfältigen Anforderungen genügen: haptisch angenehm, robust, leicht zu reinigen. Eine Fußbodenheizung ist von Vorteil. Die Räumlichkeiten sollten nicht an ein ungedämmtes, unbeheiztes Kellergeschoss grenzen.

Mögliche Bodenbeläge sind Parkett, Holzböden, Kautschuk, Linoleum und Beschichtungen.

#### 3.3.4.2 Wände

Die Wandoberflächen geben die Möglichkeit durch Materialität und Tektur (Oberflächenstruktur) die Wahrnehmung der Kinder zu fördern. Die farbliche Gestaltung kann dies zusätzlich intensivieren. Zum Zweck der Montage von Spielgeräten, Maltafeln und Pin-Wänden sollten die Wände „tragfähig“ und robust sein. Eine schalldämpfende bzw. schallabsorbierende Oberfläche ist in jeden Fall zusätzlich von Vorteil.

Es eignen sich verputzte Mauerwerks-Wände (evtl. farblich gestaltet), Holzwände, Wände mit Sitznischen und Einbauten, verstärkte Trockenbau-Wände, Sichtbeton oder Sichtmauerwerk.



Abbildung 17: Wand- und Bodenarbeiten

### 3.3.4.3 Decken

Die Tragfähigkeit sollte ausreichend sein (Verkehrslast siehe [3.3.3.2](#)), auch aus dem Grund, dass an die Decke Spielgeräte montiert werden können.

Der Schallpegel in einer Kinderkrippe ist nicht unerheblich. Deshalb müssen die Deckenflächen weitgehend mit Schallbedämpfungsmaßnahmen (Akustikdecken) ausgerüstet werden. Die Raumhöhe sollte wegen der Größe der Räume nicht wesentlich unter 3 m betragen.

Bewährt haben sich Akustikdecken, Kassettendecken und schalldämpfende Stoffsegel. Unterschiedliche Raumhöhen erzeugen abwechslungsreiche Raumeindrücke.

### 3.3.4.4 Beleuchtung

Die Beleuchtung in einer Kinderkrippe muss den vielfältigen Anforderungen der Nutzung genügen.

Eine eintönige Ausleuchtung ist zu vermeiden. Die Grundbeleuchtung kann mit akzentuierenden Lichtquellen, in Ausrichtung auf die Nutzungen und Teilbereiche, ergänzt werden. Dimmbares Licht im Schlaf- und Ruheraum ermöglicht eine stimmungsangepasste „Ausleuchtung“. Auf eine angenehme Lichtfarbe sollte geachtet werden.

Eine Grundbeleuchtung mit Energiesparlampen kombiniert mit Akzentbeleuchtungen wie Spots, evtl. als Halogen ist sinnvoll. Warme Lichtfarben, dem Tageslicht angepasst, erzeugen ein angenehmes Raumumfeld.

### 3.3.4.5 Einbauten, Bewegungsraum

Einbauten wie Podeste, Sitzecken und Nischen sollten sinnvoll platziert werden, um sie multifunktional nutzen zu können. Daneben sind den Kindern individuelle Freiräume zu ermöglichen, um ihre Anlagen spielerisch zu entwickeln.

Aufeinander abgestimmte Oberflächen, Einbaumöbel mit unterschiedlichen Texturen, Materialien und Farben sollten sinnvoll kombiniert werden.

Geeignet sind Massivholzmöbel und lackierte Möbel (hierbei Lackart beachten).

### 3.3.4.6 Sanitärbereich

Im Sanitärbereich empfiehlt sich ein Fliesen- oder Plattenbelag. Eine wasserdichte Beschichtung ist ebenfalls denkbar.

Eine Fußbodenheizung ermöglicht eine „Barfußnutzung“.

Nutzen Sie die Ausgestaltung der Sanitärgegenstände für das kreative Spiel der Kinder. Verwenden Sie kleinkindgerechte Sanitärgegenstände und beachten Sie die nötigen Größen und Höhen! Sanitärmöbel wie Trogwaschbecken



Abbildung 18: "Sichtfenster" aus dem Sanitärbereich

als Kreativinseln, Duschen als Spaßbecken, sowie Baby-WCs machen auch den Sanitärbereich zum Erlebnis.

### 3.3.4.7 Außenbereich, Spielplatz

Wichtig sind vielfältig und attraktiv gestaltete Außenspielflächen für die Förderung der Wahrnehmung und Motorik der Kinder. Hierfür sollten ca. 10 qm pro Kind vorhanden sein. Ggf. können auch benachbarte öffentliche Spielflächen berücksichtigt werden.

Unterschiedliche Materialien für die Sinneswahrnehmung, ergänzt mit spannenden Spielgeräten, mit denen die Kinder ihren Bewegungsdrang ausleben, können zum Abenteuerspielplatz für die Kinder werden. Hierbei müssen aber die Flächen und Spielgeräte den Sicherheitsbestimmungen entsprechen.

Als Bodenbeläge für den Außenbereich haben sich farbige Fallschutzbeläge, Holzhäcksel und Sand bewährt, Grünflächen, Wasser und Matschkuhlen, ergänzt durch Malflächen und Spielgeräte, machen den Außenraum zum beliebten Spielplatz.



Abbildung 19: Außenbereich mit Sandkasten, Holzhäcksel und Fallschutzbelag

### 3.3.5 Kostenaufstellungen Bauwerk

Zu den Baukosten wurden schon unter [3.2.2](#) Angaben gemacht. Noch einmal wird hier darauf hingewiesen, dass dies nur Näherungswerte sein können, da die Baukosten in engem Zusammenhang mit den örtlichen Gegebenheiten (Bauplatz), dem Bestand und dem Standort des Bauwerks stehen.

Bei einer Neubaumaßnahme ist im Zuge der Aufstellung der HU-Bau eine detaillierte Kostenberechnung nach RLBau 99 anzufertigen. Diese wird im Verlauf der Maßnahme entsprechend als Kostenanschlag und Kostenfeststellung fortgeschrieben.

Für die Kostenaufstellung einer Umbaumaßnahme empfiehlt es sich, diese analog der DIN 276, Kosten im Hochbau (Kostengruppe 100 bis 700), nach Bauteilen, bzw. nach der Einteilung der Gewerke analog zu den Standardleistungsbüchern, vorzunehmen. Für die Fortschreibung der Kosten ist Letzteres zu empfehlen.

Für den Kostenzuschuss (Zuwendungsantrag) ist nach Muster 5 zu Art. 44 BayHO eine Kostenschätzung aufzustellen. Die Form sollte mit der Prüfbehörde des Verwendungsnachweises abgestimmt werden. Hierzu sind zusätzlich Flächen- und Kubaturberechnungen, sowie ein Erläuterungsbericht, der die Baumaßnahmen beschreibt, vorzulegen.

Eine Liste der förderfähigen Kosten ist bei den Regierungen bzw. bei den kommunalen Behörden (Jugendämter) zu erhalten. In der Regel sind alle baulichen Maßnahmen der Kostengruppen 100 bis 500 förderfähig. Honorare und Gebühren gehören ebenfalls zu den förderfähigen Kosten. Die Möblierung/Einrichtung kann durch einen Einrichtungszuschuss gefördert werden. Auf einen Ausschluss durch „Mehrfachförderung“ ist zu achten.

Der Förderumfang ist von den jeweils gültigen Programmen abhängig und sollte bei den Zuschussstellen (Regierung, Jugendamt) erfragt werden.

Die Honorare für die Planer richten sich nach der HOAI. Bei Bausummen unter 200.000 Euro wird in der Regel ein Zeit- bzw. Pauschalhonorar nach Aufwand vereinbart. Das Aufstellen einer HU-Bau, bzw. das Aufstellen des Verwendungsnachweises sind besondere Leistungen und sind entsprechend gesondert zu honorieren. Nicht zu übersehen sind die Aufwendungen für Fachgutachten wie z. B. dem Brandschutznachweis.



Abbildung 20: Kabelgewirr im Eingangsbereich

Sind die Kosten aufgestellt und abgestimmt, ist unter Berücksichtigung der voraussichtlichen Dauer der Umbau- bzw. Baumaßnahme, ein Finanzierungsplan für die Vorfinanzierung aufzustellen. Dies erfordert zusätzlich einen Rahmenterminplan.

Die Zuschüsse werden erst nach Prüfung des Verwendungsnachweises voll ausbezahlt. Dieser ist ebenfalls nach Muster 5 zu Art. 44 BayHO in Form einer Kostenfeststellung vorzulegen. Der Verwendungsnachweis kann die Vorlage aller Bauunterlagen beinhalten.

## 4. Pädagogische Planungen zur Errichtung der Kinderkrippe milliOHM

In diesem Kapitel sind die Informationen für sozialpädagogische Fachkräfte zusammengefasst. Vor Beginn der Planungen müssen unbedingt Überlegungen und Festlegungen zur pädagogischen Konzeption vorgenommen werden, da diese wiederum für die architektonische Umsetzung entscheidend ist.

### 4.1 Konzeptionelle Aufgaben

Die Kurzkonzeption war u. a. eine Voraussetzung, damit die Aufsichtsbehörde die Bedarfsanerkennung und damit den ersten Schritt zur Betriebserlaubnis überhaupt geben konnte. Wie bereits beschrieben, musste dies zu einem sehr frühen Stadium der Planung erfolgen.

Das pädagogische Handeln in der Kinderkrippe der Georg-Simon-Ohm-Hochschule wird von dem Grundsatz geleitet, sowohl die Vereinbarkeit von Beruf/Studium und Familie zu ermöglichen, als auch eine bestmögliche Betreuung, Erziehung und Bildung der Kinder nach den Vorgaben des Bayerischen Bildungs- und Erziehungsplanes zu gewährleisten.

Zudem ist es unabdingbar, dass die neuesten wissenschaftlichen Erkenntnisse aus dem Bereich der Kleinkindpädagogik, der Entwicklungspsychologie und der Krippenpädagogik in der Konzeption berücksichtigt werden.

Wesentliche Inhalte der Rahmenkonzeption bilden die grundlegenden Ziele der Arbeit mit den Kindern und Eltern und deren methodische Umsetzung in das praktische Handeln.

Die in der Konzeption festgelegten Richtlinien für das pädagogische Handeln sollten dann von den mit dem Umbau beauftragten Architekten in das Raumkonzept integriert werden.

Die Gruppen- und Situationskonzeption wird erstellt, wenn die Einrichtung den Betrieb aufgenommen hat und die einzelnen Mitarbeiterinnen und Mitarbeiter das pädagogische Handeln in den Gruppen nach ihren Kompetenzen entsprechend gestalten und festlegen.



Abbildung 21: musikalische Früherziehung

## 4.2 Kurzkonzeption als Grundlage für die Bedarfsanerkennung / Betriebserlaubnis und für die baulichen Planungen

Im ersten Schritt ist eine Kurzkonzeption für die pädagogische Arbeit zu erstellen, da diese für die Bedarfsanerkennung benötigt wird.

### 4.2.1 Grundsätze zur Arbeit im milliOHM

„milliOHM“, die Kinderkrippe der Georg-Simon-Ohm-Hochschule, versteht sich als eine elementarpädagogische Einrichtung für Kinder in den ersten drei Lebensjahren, die einen wichtigen Bildungs-, Erziehungs- und Betreuungsauftrag zu erfüllen hat. Dieser nachfolgend in Auszügen vorgestellten Kurzkonzeption liegt der bayerische Bildungs- und Erziehungsplan (BEP) zugrunde. Insbesondere kommen hierbei die altersgemäße Förderung der Basiskompetenzen, die ganzheitliche Entwicklungsförderung sowie eine intensive Vernetzungsarbeit mit einschlägigen Einrichtungen und Diensten der Kinder- und Jugendhilfe zum Wohle der Kinder zum Tragen.

Der situationsorientierte Ansatz soll die pädagogische Arbeit in der Kinderkrippe leiten. Der Gruppenalltag erfährt durch das teil-offene Gruppenkonzept eine deutliche Struktur. Teil-offen heißt, die Kinder sind im Laufe des Tages für bestimmte Zeiten in festen Kindergruppen mit festen Bezugspersonen zusammen. In regelmäßigen Abständen werden aber die festen Gruppenstrukturen aufgehoben und gruppenübergreifende Aktivitäten angeboten. Die sogenannten offenen Angebote sind so ausgerichtet, dass sowohl der Entwicklungsstand als auch die individuellen Bedürfnisse und Wünsche der Kinder zum Tragen kommen. Eine Unter- bzw. Überforderung muss dabei selbstverständlich ausgeschlossen werden. Die älteren Kinder können die Angebote je nach Interessenlage frei wählen, Krippenkinder, die noch nicht fähig sind, eine eigene Wahl selbständig zu treffen, werden von den Erzieherinnen und Erziehern dabei unterstützt.

Die ganzheitliche Entwicklungsbegleitung unter besonderer Berücksichtigung der motorischen Erziehung und der (Sinnes)Wahrnehmung (Schwerpunkt in der pädagogischen Konzeption), der Sprach- und Kreativitätsförderung sowie die Förderung des Sozialverhaltens stehen im Mittelpunkt des pädagogischen Konzeptes von milliOHM.

Grundlage für die pädagogische Arbeit mit dem einzelnen Kind ist die Feststellung des Entwicklungsstandes und die damit verbundene ganzheitliche, individuelle Förderung, sowohl im festen Gruppenverband als auch in den gruppenübergreifenden offenen Angeboten.



Abbildung 22: Pikler-Material

Der Elternarbeit und Elternbildung wird in unserer Einrichtung ein hoher Stellenwert beigemessen. Ziel ist es, eine Erziehungs- und Bildungspartnerschaft herzustellen. Eltern und pädagogische Fachkräfte tragen gemeinsam die Verantwortung für das Wohl des Kindes. Daneben sollen die Familien Unterstützung erfahren, damit die Vereinbarkeit von Studium/Beruf und Familie auch individuell umgesetzt werden kann.

Nachfolgend stellen wir Auszüge aus unserem Konzept vor.



#### 4.2.2 Auszüge in Anlehnung an die Kurzkonzeption milliOHM

**Zielgruppe:** milliOHM verfügt über 36 Plätze, die Kindern aller Hochschulangehörigen in den ersten drei Lebensjahren, aber auch Kindern aus dem Nürnberger Gemeinwesen zur Verfügung stehen.

Unsere Einrichtung steht behinderten und von Behinderung bedrohten Kindern offen, um ihnen eine gleichberechtigte Teilhabe am gesellschaftlichen Leben zu ermöglichen.

##### 4.2.2.1 Sozialadministrative Voraussetzungen

**Träger:** Träger der Kinderkrippe ist die Georg-Simon-Ohm-Hochschule für angewandte Wissenschaften - Fachhochschule Nürnberg, Keßlerplatz 12, 90489 Nürnberg.

**Finanzierung des laufenden Betriebs:** Die kindbezogene Förderung erfolgt zum einen durch den Freistaat Bayern und die Stadt Nürnberg zu gleichen Teilen und zum anderen durch Elternbeiträge. Die Höhe dieser ist abhängig von den Buchungszeiten der Kinder (detaillierter unter [Gliederungspunkt 6 Wirtschaftliche Überlegungen / Finanzierung](#))

##### Personalstruktur / -bedarf am Beispiel milliOHM:

Pädagogische und administrative Leitung:

- 1 Dipl. Soz.päd. (FH), 1 Dipl. Verwaltungswirtin (FH)
- 1 Erziehungsleiterin und Gruppenleiterin : 1 Dipl. Soz. päd.(FH)
- 2 Erzieherinnen als Gruppenleiterinnen
- 3 Erzieher/-innen als Gruppenzweitkräfte
- 3 Kinderpflegerinnen

Hilfspersonal:

- 3 Zivildienstleistende, hauswirtschaftliche Hilfen

Die Anzahl der Fachkräfte und der Umfang ihrer Arbeitszeit bemessen sich nach einem durchschnittlichen Anstellungsschlüssel von 1:10. Es arbeiten Sozialpädagogen/innen, Erzieher/innen sowie Kinderpfleger/innen in Voll- und Teilzeitstellen zusammen, Zivildienstleistende und hauswirtschaftliche Hilfen verstärken das Team.

### **Öffnungszeiten und Tagesablauf:**

Die Öffnungszeiten sind an den Hochschulbetrieb angepasst, werden aber mit der Elternnachfrage abgestimmt. Derzeit ist die Kinderkrippe Montag bis einschließlich Donnerstag von 7:30 Uhr bis 17:30 Uhr, Freitag von 7:30 Uhr bis 15:30 Uhr geöffnet.

Unterschieden wird zwischen den sogenannten Bring- und Abholzeiten und den Kernzeiten. Vor allem in den Kernzeiten werden die Kinder durch feste Zeitabläufe und durch altersgemäße pädagogische Angebote in ihrer Entwicklung begleitet und unterstützt. Während dieser Zeit sollen die Kinder und ihre Betreuer/innen ungestört bleiben.

### **Raumbedarf und Anforderungen:**

- 3 Gruppenräume für jeweils 12 Kinder
- 3 Mehrzweckräume zur unterschiedlichen flexiblen Nutzung, wie z. B. Raum der Sinne und der Bewegung, Spiel- und Bewegung mit Kreativbereich, Raum der Ruhe und der Entspannung (einschl. Schlafbereich), Räume flexibel nutzbar (sowohl für unterschiedliche Beschäftigungen für die Kinder, als auch für Veranstaltungen wie z.B. Elternabende)
- Kindbezogene pädagogische Nutzung des Flurs als Parcours der Sinne
- Sanitärbereich für Kinder einschl. Kreativinsel: Matschzone
- Eingangsbereich mit Garderoben und integriertem Elternwartebereich
- Küche zur Mahlzeitvorbereitung und Essensausgabe
- 1 Büro/Personalraum
- Personaltoilette
- Kinderwagenabstellraum, Lagerraum
- Freiflächen im Außenbereich



Abbildung 23: Entspannung im Bällebad

#### 4.2.2.2 Pädagogische Schwerpunkte – Ziele der pädagogischen Arbeit

**Bedeutung des Spiels:** Das Spiel ist beim Kind die zentrale Basis für die Entwicklung bedeutsamer Lernprozesse. Es hilft den Kindern sich in ihrer Welt zu orientieren, sie begreifend zu erleben und zu handeln. Aufbau und Erweiterung der Persönlichkeit (Persönlichkeitsentwicklung) des Kindes werden durch das Spiel gefördert. Deshalb sehen wir den Auf- und Ausbau einer Spielkultur als notwendige Grundlage des entdeckenden Lernens.



Abbildung 24: Beim Freispiel

**Eingewöhnung:** Insbesondere in Kinderkrippen ist eine sensible und qualifizierte Eingewöhnung der Kinder wichtig. Ein langsames Gewöhnen an den Krippenalltag und die Gewöhnung an eine neue Bezugsperson in der Krippe ist abhängig von einer intensiven Einbeziehung der Eltern. Das Eingewöhnungskonzept basiert auf dem Berliner Modell, das elternbegleitend, bezugspersonenorientiert und abschiedsbewusst ausgerichtet ist. Damit wird eine sanfte Eingewöhnung gewährleistet (ausführlicher siehe unter [8.2 Konzeption zur Eingewöhnung](#)).

**Tages-, Wochen-, Jahresrhythmus:** Durch regelmäßig wiederkehrende Angebote und Rituale, sowie feste Zeitabläufe soll den Kindern Kontinuität und Sicherheit gegeben werden. Ein gut strukturierter Tagesablauf erleichtert außerdem das Eingewöhnen.

#### **Erziehung im Bereich der Bewegung und der Sinneswahrnehmung – Förderung der kognitiven Entwicklung:**

Einen besonderen Stellenwert in der pädagogischen Arbeit unserer Krippe nimmt der Bereich der Wahrnehmungs- und Bewegungserziehung ein. In den prägenden Phasen der ersten Lebensjahre ist das Lernen vor

allem über (Sinnes)Wahrnehmung und Umsetzung in motorische Handlungen (Bewegungen) und umgekehrt gekennzeichnet. Die Anreize, die dem Kind zur Schulung seiner Wahrnehmung angeboten werden, hängen wiederum von den Bewegungsmöglichkeiten, die dem Kind aufgrund seiner Entwicklungsstufe möglich sind, ab. Die Sinneswahrnehmung kann sich nur dann optimal entwickeln, wenn geübt und ausprobiert werden kann. Verschiedene Bewegungsaktivitäten fordern den Einsatz der Sinne, setzen dadurch komplexe Anpassungsreaktionen in Gang und fördern so Lernprozesse. Bewegung und Sinneswahrnehmung und sensorische Integration sind für eine gesunde, ganzheitliche Entwicklung und Leistungsfähigkeit gerade für Kinder im Krippenalter von zentraler Bedeutung. Im Einzelnen beinhaltet dies die Förderung der Grob- und Feinmotorik, Förderung einer flüssigen Gesamtmotorik, Förderung von Auge-Hand-Koordination sowie das Ansprechen aller Sinne (körpernahe und körperferne Sinne), die Förderung der Körperwahrnehmung, des Körperschemas und der Körper-Lage-Raum Wahrnehmung. Die Förderung der Wahrnehmung gilt als grundlegendes Element zur Förderung von Erkennens-, Gedächtnis- und Denkprozessen in der voroperatorischen Phase, geeignete Problemlösungsfähigkeiten können entwickelt werden.

**Förderung des Sozialverhaltens:** Das Kind lernt in der Kinderkrippe tragfähige Beziehungen zu zunächst fremden Erwachsenen einzugehen. Das tägliche Zusammensein in altersgemischten Gruppen fördert vielfältige, grundlegende Erfahrungen im Bereich der Sozialentwicklung und den Aufbau sozialer Fähigkeiten. Altersgemäße Interaktion ermöglicht es den Kindern erste Spielpartner zu finden und Freundschaften zu schließen.

**Förderung von Kreativität und Ästhetik:** Eine ganzheitliche Förderung von Kreativität und Ästhetik im pädagogischen Alltag (z. B. Gruppen-, Projektgruppenangebote) kann nur durch veränderbare Erfahrungsfelder und den Umgang mit unterschiedlichen Materialien umgesetzt werden, Neugier soll geweckt und die Experimentierfreude gefördert werden, Freude, Spaß und Gestaltungslust sollen erfahren werden.

**Sprachliche Förderung:** Erlernen der Sprache, das heißt altersgemäßer Aufbau des aktiven und passiven Wortschatzes, Förderung der richtigen Aussprache, grammatikalisch richtige Satzstellung, etc. stehen im Mittelpunkt. Besonders berücksichtigt werden Kinder, deren Muttersprache nicht die deutsche Sprache ist. Diese Kinder bedürfen der besonderen Förderung.



Abbildung 25: Sing- und Spielkreis zur Förderung musikalischer und sprachlicher Fähigkeiten

#### 4.2.2.3 Angebote/Maßnahmen zur Umsetzung des pädagogischen Konzeptes

Anzumerken ist an dieser Stelle, dass es für die pädagogische Arbeit von ganz zentraler Bedeutung ist, dass sich die Raumgestaltung am pädagogischen Konzept orientieren muss und dass die Art der Raumgestaltung von ganz wesentlicher Bedeutung für eine gute pädagogische Arbeit ist.

Die Kinder werden in festen und offenen altersgemischten Gruppen betreut. Es sollen unterschiedliche Erfahrungsräume angeboten werden, eine themenorientierte Raumgestaltung ist hierbei unabdingbare Grundvoraussetzung.

Eine altersgerechte, flexible, zu vielfältigen Sinneserfahrungen und zur Bewegung anregende Raumgestaltung im Bereich der Gruppenräume (Kuschelecke, Bauecke, unterschiedliche Ebenen durch den Einsatz von Podesten, etc.), ist genauso wichtig, wie eine ansprechende Gestaltung der Mehrzweckräume, um einerseits eine flexible Nutzung möglich zu machen (Spielbereich mit integriertem Kreativbereich, Sanitärbereich mit integrierter Matschzone etc.) und andererseits die Umsetzung der pädagogischen Schwerpunkte z. B. Bewegungs- und Wahrnehmungserziehung zu ermöglichen (Mehrzweckraum, Raum der Sinne und der Bewegung z. B. mit integrierter Schaukel, Parcours der Sinne). Dasselbe gilt für eine kleinkindgemäße Gestaltung der Außenfreifläche.

Die Auswahl von Spielmaterial und Angeboten orientiert sich ebenfalls eng an der pädagogischen Konzeption der Einrichtung. Der Einsatz von altersgerechtem Spielmaterial, u. a. Montessori-Material (ausgewählt für Kleinkinder), Pikler-Material (mit verschiedenen Bewegungsanforderungen) und das Angebot spielpädagogischer Projekte sowie psychomotorische Angebote sollen den individuellen Bedürfnissen der Kinder gerecht werden.

Die in der Kurzkonzeption weiter aufgeführten Punkte zu den Bereichen Elternarbeit und Elternbildung, Kooperation und Vernetzung mit anderen Einrichtungen und Diensten der Kinder- und Jugendhilfe sowie zur Qualitätssicherung werden an dieser Stelle nicht näher erläutert.



Abbildung 26: Musikkreis als offenes Angebot

5. Anpassung der räumlichen Gegebenheiten an das pädagogische Konzept  
 Steht die pädagogische Konzeption muss die entsprechende Anpassung der Räume geplant werden.

**5.1 Funktionsdiagramm zum pädagogischen Konzept mit teil-offener Struktur am Beispiel milliOHM**

<b>Abstellmöglichkeit für Kinderwagen</b>		
<b>Eingang Garderobe</b>		
Ort der Begegnung, Ankommen, Verabschieden, Abholen, Elternwartebereich mit Info-Säule	Garderobe, An- und Ausziehen, Ankommen, Abschied nehmen, Abholen,	
Übergang zum ersten Mehrzweckraum mit integrierten, freien Spielflächen oder gemeinsamer Essbereich	Mehrzweckbereich für Spiel und Bewegung, integrierter Kreativbereich	
<b>Sanitärbereich Funktionsraum</b> Dusche altersgemäße WCs <b>Waschraum</b> <b>Wickelraum</b> <b>Kreativinseln</b> <b>Flexible Nutzung</b> neben der sanitären Nutzung auch für die Förderung der Wahrnehmung - sogenannte Kreativinsel hier Matschbereich – einsetzbar	<b>Gruppenräume</b> ↓ <b>Multifunktional nutzbar</b> <b>Blickbeziehungen, Innenfenster, Raumverbindungen</b>  <b>Transparenz</b> Individuelle Förderung und Betreuung in überschaubaren Gruppen max. 12 Kinder/Gruppe  <b>Mahlzeiten</b> Verbindung/ Durchlässigkeit der einzelnen Gruppenräume untereinander in Verbindung mit den Mehrzweckräumen für das teil-offene Gruppenkonzept	<b>Mehrzweckräume (MZR)</b> multifunktional nutzbar  <b>Raum für Spiel und Bewegung mit integriertem Kreativbereich</b>  <b>Raum der Sinne und der Bewegung</b>  <b>Aktivität</b>  Räume mit unterschiedlichen Nutzungsmöglichkeiten, auch für offene gruppenübergreifende Angebote, für Veranstaltungen (z.B. Elternabend) nutzbar
Flure als Bewegungs- und Erlebnisraum zur Förderung der Wahrnehmung/Parcours der Sinne		
<b>Raum der Ruhe und der Entspannung (MZR)</b> für Snoozelen, zum Vorlesen, zur Einzelförderung, für offene Angebote und als Schlafrum nutzbar	<b>Nebenträume</b> Büro, Personalaufenthaltsbereich Personal- WCs, Aufwärmküche, Stauraum/Lager	
<b>Außenspielflächen</b> ca. 10 qm/Kind), Bestand > Abklärung mit dem Jugendamt, bei innerstädt. Lage, Nutzung von Parks, Ausflüge...; Bewegung, Verstecken, Malen... Grünflächen (auf Kinderverträglichkeit achten, giftig? Verletzungsgefahr?) Abstellmöglichkeit/Wetterschutz für Außenspielbedarf		
<b>Zweiter baulicher Fluchtweg</b> (je nach Anzahl der Kinder)		

## 5.2. Konkrete räumliche Umsetzung

### 5.2.1 Grundriss milliOHM

Nachstehend der Grundriss von milliOHM



### 5.2.2 Modell milliOHM

Das Modell der Kinderkrippe milliOHM wurde vom Architekturbüro Bachmann | Birnbaum Architekten erstellt:



### 5.3 Umsetzung des pädagogischen Konzeptes in die Architektur

Um die pädagogischen Vorstellungen optimal umsetzen zu können, muss die Architektur der Räumlichkeiten entsprechend konzipiert werden.



Abbildung 27: Blick aus dem Gruppenraum

#### 5.3.1 Konkrete Umsetzung des pädagogischen Konzeptes von milliOHM in die räumliche Gestaltung

Die neue Kinderkrippe der Georg-Simon-Ohm Hochschule befindet sich im Hochparterre einer mehrgeschossigen Blockrandbebauung direkt am Nürnberger Altstadttring gelegen.

Die ehemalige Büroetage ist als 3-gruppige Kinderkrippe mit je 12 Kindern konzipiert. Neben den drei Gruppenräumen verfügt sie über großzügige Bewegungsflächen und einen im Innenhof gelegene direkt zugänglichen Freibereich.

Das pädagogische Konzept der Kinderkrippe geht von einer teiloffenen Gruppenkonzeption aus. Die eng mit dem Nutzer abgestimmte architektonische Umsetzung, sieht eine in sich transparente und flexible Raumeinheit mit hohem Identifikationswert vor.

Die Mehrzweckräume und die interaktiven Bereiche bilden, in den städtischen Kontext übersetzt, die Plätze der neuen Struktur, gefasst von den angrenzenden Häusern, die die Gruppen- und Nebenräumen aufnehmen sowie die notwendigen infrastrukturellen Einrichtungen. Die Option von Individualität und Interaktion, Statik und Dynamik, Ort und Raum, bilden die Grundgedanken zur architektonischen Umsetzung des pädagogischen Konzeptes.

Die primären Bereiche der Interaktion, vom offenen Eingangsbereich über den Sinnesparcours bis zum Raum der Sinne und der Bewegung, sind hofseitig auf den Freibereich hin orientiert. Die Gruppenräume, straßenseitig mit Blick auf die Altstadt. Der Mehrzweckraum der Ruhe und Entspannung- etwas abgerückt ebenfalls mit Blickbezug zum ruhigen Innenhof. Die infrastrukturellen Einrichtungen liegen im Kernbereich.

Die Raumstrukturen sind alle über Innenfenster visuell miteinander verbunden. So entstehen unterschiedlichste Raumeindrücke und Lichtstimmungen. Die Krippe wird je nach Standort in zusammenhängenden Teilbereichen oder komplett räumlich erlebbar und erfassbar. Ein transparentes anregendes Raumkontinuum das, zum

einen für die heranwachsenden Kinder ein spannungsreiches sich immer wieder wandelndes Umfeld darstellt, zum anderen dem Personal die Möglichkeit einer optimierten Aufsicht gibt.

Je nach Bedarf ist es möglich, einzelne Bereiche oder Bereichsgruppen abzutrennen oder zu zuschalten und somit die Bewegungsflächen über die gesamte Krippe auszudehnen oder individuelle Rückzugs- und Ruheräume zu schaffen, die speziell z. B. in der Eingewöhnungsphase nötig und wichtig sind.

Die eingangs dargestellte Thematik von Raum und Ort setzt sich in der Wahl unterschiedlicher, den Bereichen zugeordneter Raumhöhen und Raumproportionen fort. Die Akzentuierung der einzelnen Orte durch räumliche Überhöhung wird durch farbige Intarsien im Linoleumbelag verstärkt und über großformatige Leuchtkörper hervorgehoben.

### **Bereiche**

Der Eingangsbereich, Schnittstelle zwischen dem halböffentlichen Raum des Treppenhauses und der Krippe, bildet den Auftakt der offenen interaktiven Raumzone. Er fungiert einerseits als Ort der unterschiedlichen Begegnungen, des Ankommens, des Verabschiedens, des Abholens und nimmt die dafür notwendigen Einrichtungen wie Garderoben, Elternwartebereiche und Informationswände auf. Anderer-



Abbildung 28: Eingangsbereich

seits ist er räumlich bereits Bestandteil des Mehrzweckraumes für Spiel und

Bewegung mit integriertem Kreativbereich mit fest installierten Malwänden und einer flexibel nutzbaren Raumzone, der Lagermöglichkeiten für Kreativmaterial zugeordnet sind. Ebenso kann dieser Mehrzweckbereich für gemeinsame Mahlzeiten genutzt werden. Er bildet dadurch einen fließenden Übergang zwischen dem Außenraum und den interaktiven Bereichen der Krippe.

Die weiteren Mehrzweckräume sind im hinteren Bereich der interaktiven Zone situiert und bilden das räumliche Pendant zum Eingangsbereich.

Die Schaukel und Kletterzone ist als Raum der Sinne und der Bewegung definiert. Dieser Mehrzweckraum ist durch die in der Decke angebrachten Schienensysteme, in denen Schaukeln, Bällebäder etc. in unterschiedlichen Positionen befestigt werden können, extrem wandelbar und flexibel. Es können kurzfristig, auch unter Zuhilfenahme des vorhandenen Pikler-Materials, immer wieder neue spannende, die Wahrnehmung und Bewegung unterstützende Raum- und Spielsituation geschaffen werden. Darüber hinaus ist die Raumzone, auf

Grund ihrer flexiblen und demontierbaren Ausstattung auch für offene gruppenübergreifende Angebote und Veranstaltungen wie z.B. Elternabende oder fachspezifische Seminare nutzbar.

Der Ruhe- und Entspannungsraum ist etwas vom Bewegungsraum abgerückt, um gegenseitige Beeinträchtigungen zu vermeiden. Der Schwerpunkt der Nutzung liegt in der Einzelförderung, wie z.B. dem Vorlesen, dem Snoozelen etc. Er wird aber auch während der Ruhezeiten als Schlafraum oder optional für weitere offene Angebote genutzt.



Abbildung 29: Blick aus dem Ruhe- und Entspannungsraum

Die zwischen dem Eingang und Bewegungsraum liegenden Bereiche der interaktiven Zone sind als Erlebnis- und Bewegungsraum zur Förderung der Wahrnehmung konzipiert. Der integrierte Sinnesparcours, besteht aus an den Wänden angebrachten Rahmen mit unterschiedlichen austauschbaren Tafeln. Diese sind belegt mit verschiedensten Materialien zur Förderung der haptischen und sinnlichen Wahrnehmung.

Das die interaktiven Bereiche verbindende Gestaltungselement bildet eine aus abgestuften Komplementärfarben komponierte Leitwand. Die horizontale Gliederung unterstreicht in der Perspektive die Dynamik der Bewegungsflächen, mindert die räumliche Höhe und erzeugt in ihrer Individualität einen hohen Wiedererkennungswert.



Abbildung 30: Leitwand in Komplementärfarben

Die an die interaktive Zone angebotenen Gruppenräume sind multifunktional nutzbar. Sie bieten die Möglichkeit der individuellen Förderung in überschaubaren Gruppen von maximal 12 Kindern. Der Bereich der Gruppenräume hat die Option, diese untereinander sowie zur interaktiven Zone hin abzutrennen oder zu zuschalten. Hierfür wurden die einzelnen Gruppenräume über Schiebetüren räumlich miteinander verbunden, die Türen zu den Bewegungsflächen sind komplett 180 Grad zu öffnen. Des Weiteren verfügen sie über sich in die interaktiven Zonen öffnende verglaste, farblich hervorgehobene Alkoven mit Ausblicken in die unterschiedlichen Bereiche der Krippe, die den Kindern als Sitz- und Spielmöglichkeit dienen.

Der Sanitärbereich befindet sich zwischen dem Eingangsbereich und dem Raum der Sinne und der Bewegung gegenüber den Gruppenräumen an der interaktiven Zone. Er ist unterteilt in den eigentlichen Sanitärbereich mit den speziellen Kinder-WCs und dem Wickelraum. In dieser Zone wurde ebenfalls Wert auf eine flexible Nutzung gelegt, so sind in dem Bereich ein großer Waschtrog mit Spiegel sowie eine Duschnische integriert. Diese bieten die Option der sogenannten Kreativinsel. Das Erleben des Elementes Wasser oder das optionale Einrichten eines Matschbereiches dienen der Förderung der Wahrnehmung und der Kreativität. Auf Grund des beschränkten Raumangebots konnten empfehlenswerte, räumlich großzügigere Konzepte, mit freistehenden Insellösungen leider nicht umgesetzt werden. Der Sanitärbereich ist ebenfalls über Festverglasungen mit Sitznischen geöffnet, jedoch in diesem Fall mit satinierten Gläsern um eine gewisse Intimität zu gewährleisten.



Abbildung 31: Wickelbereich

Die Außenspielflächen im ruhigen Innenhof gelegen, sind vom Treppenhaus, sowie vom Raum der Ruhe und Entspannung aus zugänglich. Ähnlich der Konzeption der Krippe wurden unterschiedliche Materialien verwendet und Zonen gebildet, um das Erlernen der Wahrnehmung zu unterstützen.

Die fest installierten Spielgeräte, wie Sandkasten und Spielhaus stehen zentral auf einem Fallschutzbelag aus Holzhäcksel. Dieser ist umgeben von einem farbigen Fallschutzbelag aus Polyurethan, der die Bewegungszone bildet. Die notwendige Terrassierung in den bestehenden Lichtgraben ist mit Lärchenholzbohlen belegt und stellt die Rückzugszone oder optional die Kreativzone dar.

### 5.3.2 Konkrete Umsetzung des pädagogischen Konzeptes im Einrichtungskonzept

**Möblierungskonzept:** Die Möblierung der Kinderkrippe setzt sich teilweise aus dem gängigen Möbelsortiment der einschlägig bekannten Hersteller, teilweise aber auch aus speziell entworfenen und vom Schreiner handwerklich gefertigten Einbauten zusammen. Diese wurden intensiv mit dem pädagogischen Konzept, sowie den individuellen Anforderungen der Nutzer abgestimmt und räumlich in die Kinderkrippe integriert. Diese Möblierungen sind alle mit einer sehr widerstandsfähigen Lackierung versehen und in das Farbkonzept der Krippe integriert. Die handelsübliche Möblierung wurde mit einem einheitlichen Buche Dekor versehen.

**Bereiche:** Die den Eingangsbereich prägenden Möblierungen sind die vier, unter Einbeziehung vorhandener halbrunder Tischgestelle gefertigten Garderobenkörper. Im Gegensatz zu einer handelsüblichen Reihengarderobe haben sie wesentlich mehr Abwicklungs- und damit Sitzfläche, unterschiedliche Sitztiefen und bieten die Möglichkeit einer individuellen Zuordnung. Jede der Garderobeninseln verfügt über offene Gefache und Haken, die wiederum den einzelnen Kindern zugeordnet sind.



Abbildung 32: Garderoben im Eingangsbereich

Für den angeschlossenen Kreativbereich wurden Malwände konzipiert. Sie sind ebenfalls vom Schreiner gefertigt und bestehen aus mit Tafellack beschichteten Holzwerkstoffplatten gefasst von überbreiten Rahmen.

Im Eingangs- und Informationsbereich wurden die vorhandenen Stützen vor der endgültigen Beschichtung mit Magnetfarbe gestrichen und übernehmen damit die Funktion einer Litfaßsäule und dienen so als Elterninformationsbereich.



Abbildung 33: Infosäulen vor den Gruppenräumen

Im Raum der Sinne und der Bewegung kommt, im Gegensatz zu den oft angebotenen freistehenden, etwas sperrigen Kletter- und Schaukelgerüsten, ein eigens dafür konzipiertes Schienensystem zum Einsatz, das zum Einen ein sehr hohes Maß an Flexibilität gewährleistet und zum Anderen die gesamte Raumhöhe nutzbar und erlebbar macht. Die unterschiedlichen Einsätze können in verschiedenen Positionen immer wieder neu kombiniert oder auf Grund anderer offener Nutzungen temporär entfernt werden.



Abbildung 34: Im Bewegungsbereich

Ergänzend zur Schaukellandschaft wurde eine sogenannte Podestlandschaft entwickelt. Diese besteht aus drei in der Höhe gestaffelten, fahrbaren Podesten, die ebenfalls immer wieder neu zu einander kombinierbar

sind. Die Podeste sind mit Ziegenhaarteppich überzogen, besitzen eine arretierbare Rollenlagerung und sind zu Aufbewahrungszwecken platzsparend ineinander zu schieben.

Im Sanitärraum wurde den Arbeitsabläufen entsprechend eine Kombination aus Wickelkommode und Aufbewahrungssystem entwickelt. Die Kommode ist mittig mit einer einfach ausziehbaren Treppe versehen, die ebenfalls mit Ziegenhaarteppich belegt ist, seitlich sind Unterschränke für allgemeine Sanitärutensilien angeordnet. Die gegenüber und darüber liegenden Gefache dienen zur Aufbewahrung der individuellen Wickelutensilien, an der Unterseite des gegenüberliegenden Regals sind Haken für die Handtücher angebracht, temperiert von einem dahinter angebrachten Konvektor.

Die Nebenräumen sowie die Küchenzeile sind den Richtlinien entsprechend mit abschließbaren Unterschränken und Regalen ausgestattet.

Die Gruppenräume sind mit handelsüblicher Möblierung eingerichtet, jedoch wurde für die Räume eine der Nutzung entsprechende Möblierungsstruktur entwickelt. Die der Bewegungszone zugewandten Raumseiten sind mit sich zu dieser hin öffnenden verglaste Alkoven besetzt, die den Kindern als Spiel oder Sitzmöglichkeit dienen. In dem dahinter liegenden Fensterbereich befindet sich ein mit Sofas und Kissen ausgestatteter Individualbereich. Jeder der drei Gruppenräume ist mit einem sogenannten Attraktor ausgestattet, einem Spielmöbel, wie z.B. einer Kinderküche, das es nur in diesem Raum gibt. Dadurch wird einerseits die Individualität des eigenen Gruppenraums gestärkt, andererseits der Reiz über die Erweiterung des Umfeldes die Krippe zu entdecken geweckt. Dies ist einer der Grundgedanken des pädagogischen Konzepts, der sich in allen Teilbereichen der Krippe wiederfindet.



Abbildung 35: Ballettspiegel als Attraktor

**Beleuchtungskonzept:** Das Beleuchtungskonzept der Kinderkrippe wurde vom Architekturbüro in enger Zusammenarbeit mit einem Lichtplaner erstellt. Es unterstreicht die architektonische Umsetzung des Konzeptes und ermöglicht differenzierte Beleuchtungsszenarien.

Das Grundgerüst bilden fünf großformatige Pendelleuchten, die die eingangs erläuterten Orte im Raumkontinuum markieren. So erhält jeder Gruppenraum, der Ruhe und Mehrzweckraum sowie der Eingangsbereich, eine akzentuierende abgependelte Objektleuchte. Diese Wirkung wird unterstützt durch die dort vorgenommenen Raumüberhöhungen. Lediglich im Bewegungsraum wurde auf Grund der Schienensysteme in der Decke sowie der optionalen Nutzung als Veranstaltungsraum eine gleichmäßige und neutrale Beleuchtung gewählt.

In der interaktiven Raumzone wurden zusätzlich, in den Bewegungsraum einfließend, Deckenaufsatzleuchten verwendet, die entsprechend der Nutzung und Dynamik des Raums eine gleichmäßige und neutrale Ausleuchtung entlang der Leitwand bieten.

Sondereinbauten wie die Garderoben, die Malwand, die Infosäulen oder die sogenannten Attraktoren in den Gruppenräumen, werden zusätzlich mit einer in die Decke eingelassenen Akzentbeleuchtung hervorgehoben.



Abbildung 36: Gruppenräume mit Alkoven

**Farbkonzept:** Im Einklang mit dem architektonischen Konzept wurde für die Kinderkrippe anhand eines Innenraummodells gemeinsam mit dem Nutzer ein spezielles Farbkonzept mit hohem Wiedererkennungswert entwickelt.

Im Gegensatz zu den in Krippen und Kindergärten häufig verwendeten Primärfarben Rot, Blau und Gelb, basiert die verwendete Komposition auf dem Komplementärfarbenkontrast von Rot und Grün bzw. aus deren Abstufungen in unterschiedlicher Sättigung. Da Komplementärfarben sich durch ihre Gegensätzlichkeit steigern, entwickeln sie im neutralen Umfeld platziert eine sehr hohe Leuchtkraft und Frische, fast eine Art von Buntheit.

Hauptelement und primärer Träger des Farbkonzeptes ist die die interaktive Zone begleitende und diese verbindende Leitwand. Sie verläuft durch die gesamte Krippe beginnend im Eingangsbereich, vorbei am Zugangsbereich der Gruppenräume bis zum Raum der Sinne und der Bewegung im hinteren Bereich der Krippe.

Die aus diesen abgestuften Komplementärfarben komponierte Wandgestaltung wurde horizontal in unterschiedlich breite Farbbänder gegliedert, die in der Perspektive, eine der Nutzung der interaktiven Zone entsprechende hohe Dynamik erzeugen. Darüber hinaus hat die Leitwand die niedrigste der im Raumkonzept verwendeten Wandhöhen so dass sie im Wechselspiel die an sie angelagerten überhöhten Raumzonen als Orte stark hervorhebt.

Die übrigen Wandflächen sowie die Gruppenräume sind weiß und geben den dort platzierten Objektmöbeln wie Garderoben und Malwänden, die wiederum dem Farbkonzept der Leitwand unterliegen, einen deren Wirkung steigernden neutralen Hintergrund.

Dieses Prinzip wird ebenfalls in der Gestaltung des neutral gehaltenen Bodenbelags verfolgt, dessen farbige Intarsien die bereits mehrfach erwähnten Orte im Kontinuum markieren.



Abbildung 37: milliOHM-Farben

## 6. Wirtschaftliche Überlegungen / Finanzierung

Fragen der Finanzierung spielen bei der Implementierung von Einrichtungen naturgemäß eine zentrale Rolle. Nur durch eine gesicherte Finanzbasis können Einrichtungen dauerhaft bestehen.

Die Gesamtfinanzierung der Kinderkrippe setzt sich wie folgt zusammen:

- Zuschuss zu den Baukosten ([s. 3.3.5.](#))  
Baukostenzuschüsse werden von der jeweiligen Kommune analog Art. 27 BayKiBiG und Artikel 10 FAG (Finanzausgleichsgesetz) gewährt. Die detaillierte Berechnung erfolgt nach dem kommunalen Förderkonzept, das je nach Kommune variieren kann.
- Zuschuss für die Erstausrüstung  
Kommunen gewähren einen Zuschuss für die Ersteinrichtung, der sich nach dem kommunalen Förderkonzept bemisst.
- Zuschuss zu den Mietkosten  
Die Kommunen können unter bestimmten Voraussetzungen einen freiwilligen Zuschuss zu den Mietkosten bewilligen.
- Zuschuss zum laufenden Betrieb  
Von Seiten der Kommunen wird der laufende Betrieb bezuschusst, sofern die Krippe nicht nur für „Betriebskinder“, sondern für alle Kinder des Gemeinwesens geöffnet ist. Für bedürftige Kinder gewährt die Kommune einen Zuschuss zum Mittagessen.
- Elternbeiträge  
Elternbeiträge zuzüglich einer Pauschale für Spielgeld werden monatlich von den Personensorgeberechtigten erhoben. Bei Bedürftigkeit übernimmt das zuständige Jugendamt die Kosten.



Abbildung 38: Mittagessen

### 6.1 Zuschuss für die Erstausrüstung

Nach dem derzeit geltenden Förderkonzept der Stadt Nürnberg ist der Zuschuss für die Erstausrüstung von der Dauer des Mietvertrages für die Einrichtung bzw. der voraussichtlichen Betriebsdauer der Krippe abhängig.

Bei einem 10 jährigen Mietvertrag beträgt der Ersteinrichtungszuschuss bis zu 25.000 € / Gruppe (=12 Kinder), bei einem 5 jährigen Mietvertrag die Hälfte (bis zu 12.500 € / Gruppe).

Der Zuschuss ist schriftlich beim jeweiligen Jugendamt zu beantragen. Grundlage für den Antrag ist eine Zusammenstellung der beabsichtigten Anschaffungsgegenstände unter Zugrundelegung von konkreten Angeboten (je nach Volumen sind die Haushaltsvorschriften der BayHO zu beachten). Aus dem Ersteinrichtungszuschuss können bewegliches Mobiliar und Gegenstände für die Gruppenräume, das Büro, den Schlafraum, den Außenbereich sowie Spielmaterialien, Kinderbücher, Kinderstühle, Küchenbedarf, Elektrogeräte, etc. beschafft werden. Grundsätzlich sollte vorab eine Abstimmung mit dem örtlichen Jugendamt erfolgen. Abweichungen von dem ursprünglichen Antrag müssen ebenfalls abgestimmt werden.

Der Zuschuss kann in Teilbeträgen ausbezahlt werden. Hierfür muss ein entsprechender Auszahlungsantrag gestellt werden.

Drei Monate nach der Beschaffung muss dem Jugendamt eine Zusammenstellung der angefallenen Kosten bzw. Rechnungsbelege als Verwendungsnachweis vorgelegt werden.

Die beschafften Gegenstände sind nach den geltenden Haushaltsvorschriften zu inventarisieren.



Abbildung 39: Bewegungsbaustelle

## 6.2 Zuschuss zu den Mietkosten

Beabsichtigt der Träger einen Neubau für eine Kinderkrippe und ist die angemietete Krippe eine Zwischenlösung, so kann die Kommune gemäß Art. 10 FAG i.V.m. Nr. 9.4 FA-ZR einen freiwilligen Mietzuschuss in Höhe von maximal 50 % der Nettomiete gewähren, wobei die Nettomiete einen festgelegten Satz (derzeit 10 € / qm) nicht übersteigen darf. Voraussetzung ist u.a., dass ein langfristiger Bedarf für Krippenplätze vorliegt und der Zeitraum bis zur Errichtung der eigenen Kinderkrippe überbrückt werden soll. Die entsprechenden Haushaltsmittel müssen natürlich verfügbar sein. Die Auszahlung des Zuschusses erfolgt einmal jährlich.

### 6.3 Gesamtkostenkalkulation

Der Finanzplanung der Krippe muss eine Gesamtkostenkalkulation zugrundeliegen. Diese sollte mit Hilfe der sog. kff-Tabelle, die von der Internetseite des Bayerischen Sozialministeriums heruntergeladen werden kann, erfolgen. Durch die Eingabe von fiktiven Buchungszeiten / Kinder wird die Höhe des zu erwartenden Zuschusses berechnet. Bei der Kalkulation der Personalkosten muss die Zugrundelegung des Anstellungsschlüssels von derzeit 1 : 11,5 beachtet werden (d.h. eine pädagogische Fachkraft für 11,5 Kinder, wobei Kinder unter drei Jahren mit dem Faktor 2 bewertet werden, sie zählen quasi doppelt).

### 6.4 Zuschüsse für den laufenden Betrieb

Bei milliOHM handelt es sich um eine Krippe, die für alle Kinder des Gemeinwesens geöffnet ist. Aus diesem Grunde gewährt das Jugendamt der Stadt Nürnberg Zuschüsse zum laufenden Betrieb der Kinderkrippe, der sich nach den Buchungszeiten der Kinder bemisst. Dies bedeutet, dass die Höhe des Zuschusses von der Anzahl der Kinder und deren Verweildauer in der Einrichtung abhängig ist. Für Kinder, die außerhalb des Gemeindegebietes wohnen, muss vor Abschluss des Buchungsvertrages eine schriftliche Bestätigung der Heimatgemeinde zur Übernahme des kommunalen Zuschusses vorliegen.

Der laufende Zuschuss, den sich Kommune und Land teilen (Abrechnung erfolgt aber ausschließlich über die Kommune), muss zu Beginn des Krippenjahres mit Hilfe der sog. kfa-Tabelle (aus der Internetseite des Bayerischen Sozialministeriums) beantragt werden. Die kommunalen Jugendämter überweisen auf dieser Grundlage Abschläge. Die endgültige Abrechnung muss neun Monate nach Ende des Krippenjahres beim Jugendamt vorliegen. Hierbei müssen monatlich die Anwesenheitszeiten der Kinder sowie der Einsatz des entsprechenden Personals dokumentiert werden.

Da bei Neueröffnung der Krippe die Eingewöhnung der Kinder sukzessive vorgenommen werden muss und sich über einen längeren Zeitraum erstreckt, gewährt die Stadt einen sogenannten Eingewöhnungszuschuss für die Dauer von drei Monaten. Dies bedeutet, dass schon für die ersten drei Abrechnungsmonate entsprechende Zuschüsse für die Kinder, die im vierten Monat die Krippe besuchen, gewährt werden. Hierbei ist allerdings zu beachten, dass der Personalschlüssel bereits vom ersten Tag an eingehalten wird.

Die Stadt Nürnberg beteiligt sich bei Kindern, die über den sog. Nürnberg Pass verfügen, an den Kosten für das Mittagessen. Dieser Zuschuss ist gesondert zu beantragen.



Abbildung 40: Beim Freispiel

### 6.5 Kalkulation der Elternbeiträge

Steht die Kalkulation der Gesamtkosten, so müssen die zu erwartenden Zuschüsse (Mietzuschuss und Zuschuss für den laufenden Betrieb) hiervon abgezogen werden. Die daraus resultierende Differenz muss durch die Elternbeiträge kompensiert werden. Bei der Kalkulation der Elternbeiträge sollte zum einen die Zielgruppe berücksichtigt werden (z.B. können Studierende weniger leisten als gut verdienende Doppelverdiener), zum anderen das Preisniveau und die Qualität der anderen Anbieter (Benchmark). Bei der Kalkulation der Elternbeiträge für milliOHM wollten wir uns eher im unteren Preissegment bewegen, um für Studierende auch aus monetärer Sicht attraktiv zu sein. Aus diesem Grunde liegen unsere Elternbeiträge zwar über den Beiträgen für städtische Krippen, aber unter den Kostenbeiträgen für private Kinderkrippen. Die Elternbeiträge werden im Lastschriftverfahren monatlich von den jeweiligen Zahlungspflichtigen eingezogen.

Bei Vorliegen der entsprechenden Voraussetzungen können die Elternbeiträge zuzüglich Spielgeld vom zuständigen Jugendamt übernommen werden. Hierfür müssen die Eltern einen entsprechenden Antrag beim örtlichen Jugendamt stellen.



Abbildung 41: Auf dem Weg zur Bewegungsbaustelle

## 7. Inbetriebnahme von milliOHM

Bevor wir milliOHM tatsächlich In Betrieb nehmen konnten, waren noch einige Überlegungen und Vorarbeiten erforderlich.

### 7.1 Namensfindung

Wie soll unsere Krippe heißen? Diese Frage ist nicht unerheblich. Wir wollten, dass das „OHM“ im Namen repräsentiert wird, um die Zugehörigkeit der Krippe zur Hochschule zu dokumentieren, außerdem sollte der Name möglichst originell sein. Aus diesem Grunde ein Namenswettbewerb wurde in der Hochschule durchgeführt. Alle Hochschulangehörigen konnten sich daran beteiligen. Der beste Vorschlag wurde mit einem Buchgutschein prämiert. Nahezu 50 Vorschläge haben uns erreicht, die Hochschulleitung diskutierte intensiv. Schließlich hat die Hochschulleitung beschlossen, die hochschuleigene Krippe milliOHM zu nennen (dies war der Vorschlag eines Professors der Fakultät Informatik). milliOHM als kleinste Maßeinheit für elektrischen Widerstand.

### 7.2 Personalakquise

Rechtzeitig zu Betriebsbeginn muss natürlich entsprechendes Personal akquiriert werden. Der vorgeschriebene Anstellungsschlüssel ist hierbei zu berücksichtigen. Zu beachten ist, dass bei der Betreuung der Kinder immer eine pädagogische Fachkraft (Erzieher / Erzieherin, Dipl.Soz.päd.) anwesend sein muss, die die Verantwortung für die Kinder trägt.

milliOHM verfügt über drei Gruppen, die jeweils von einer Erzieherin geleitet werden. Eine weitere Erzieherin pro Gruppe ist als Gruppenzweitkraft eingesetzt. Ergänzt wird das Team jeweils von einer Kinderpflegerin (Ergänzungskraft) und jeweils einem Zivildienstleistenden. Zivildienstplätze können beim Bundesamt für Zivildienst relativ problemlos beantragt werden. Darüber hinaus beschäftigen wir hauswirtschaftliche Hilfen im milliOHM.

Die Reinigung der Krippe wird von einer Reinigungsfirma durchgeführt. Das Mittagessen wird von einer Catering-Firma, die auf die Zubereitung von Essen für Kindertageseinrichtungen spezialisiert ist, täglich frisch zubereitet geliefert.



Abbildung 42: Beim Frühstück

### 7.3 Kinderakquise

Dieser Punkt dürfte eigentlich problemlos sein. Wir hatten lange vorher schon Vormerkungen, mit dem Tag der Inbetriebnahme waren wir eigentlich schon ausgebucht. Die Werbung erfolgte per Mail an die Hochschulangehörigen, durch einen Hinweis auf der Homepage der Hochschule sowie durch einen Eintrag in das Kindertagesstätten-Verzeichnis der Stadt Nürnberg.



Abbildung 43: Beim Malen

### 7.4 Unterlagen / Formulare

Nachfolgende Unterlagen sollten vor Inbetriebnahme der Krippe erstellt worden sein:

- Anmeldeformular
- Geschäftsordnung für die Krippe
- Gebührenordnung
- Buchungsvertrag
- Checkliste „Kinder“ mit den wichtigsten Angaben zum jeweiligen Kind
- Anamnesebogen
- Vordruck „ärztliche Bescheinigung“

### 7.5 Betriebserlaubnis

Vor der Eröffnung der Krippe muss eine sogenannte Betriebserlaubnis erteilt werden. Hierfür müssen entsprechende Formblätter ausgefüllt und beim Jugendamt eingereicht werden, u.a. ist die Personalkonstellation anzugeben. Die Betriebserlaubnis kann auch rückwirkend erteilt werden, dies muss aber unbedingt vorab mit dem örtlichen Jugendamt abgeklärt werden. Die Betriebserlaubnis enthält u.a. die Anzahl der Plätze. Sie wird mit bestimmten Maßgaben erteilt, so z.B., dass eine Sicherheitsbegehung innerhalb von drei Monaten nach Erteilung des Bescheides durchgeführt wird.

## 8. Betriebsaufnahme Kinderkrippe – zentrale Überlegungen und erste Erfahrungen

Mit dem Empfang der ersten Kinder beginnt der Alltag in der neuen Einrichtung. Dieser ist oft nicht ganz einfach.

### 8.1 Teamfindung

Zahlreiche neue Mitarbeiterinnen und Mitarbeiter, die sich weder persönlich noch fachlich kennen bzw. einschätzen können, müssen sofort zusammenarbeiten. Sie müssen Kinder eingewöhnen und Eltern begleiten, müssen das pädagogische Konzept umsetzen, kennen aber die Strukturen der Einrichtung noch nicht genau. Neben der täglichen Arbeit mit Kindern und Eltern sind auch noch konzeptionelle Aufgaben zu bewältigen z. B. die Konzipierung der offenen Angebote und die Erstellung des Gruppenkonzeptes für die jeweilige Gruppe. Die Phase der Teambildung und Teamfindung darf nicht unterschätzt werden, denn nur ein funktionierendes Team kann die täglichen Aufgaben gemeinsam und vertrauensvoll bewältigen. Aus diesem Grunde muss zu Anfang dem Team genug Zeit zum gegenseitigen Kennenlernen eingeräumt werden. Ebenso sollten teambildende Maßnahmen (Workshops, gemeinsame Aktionen, Fortbildungen etc.) durchgeführt werden.

### 8.2 Eingewöhnung

Wird eine Kinderkrippe neu eröffnet, so muss bedacht und eingeplant werden, dass innerhalb eines relativ kurzen Zeitraums viele Kinder eingewöhnt werden müssen. Dies kann nur schrittweise erfolgen, denn nur so kann der Anspruch auf eine sanfte Eingewöhnung realisiert werden.



Dem Kind eine Brücke bauen (Peter Bauer in: TPS 5/1999)

### Konzeption zur Eingewöhnung im milliOHM

Nach Abschluss der Eingewöhnung muss das Kind folgendes gelernt haben: „Am Morgen bringt mich meine Mama oder mein Papa in die Krippe. Dann sage ich meinen Eltern auf Wiedersehen, denn hier ist meine Erzieherin oder mein Erzieher (Bezugsperson), die passt gut auf mich auf, ihr / ihm kann ich vertrauen und ich kann mich auf sie verlassen. Mit den anderen Kindern in meiner Gruppe werde ich einen tollen Krippentag mit viel schöner Zeit zum Spielen erleben. Nach meiner Krippenzeit kommt die Mama oder der Papa wieder und holt mich ab, dann gehen wir gemeinsam nach Hause.“

Trennung wird hier als etwas Vorübergehendes, nichts Bedrohliches erlebt und verarbeitet. Um dieses Ziel zu erreichen, muss eine sanfte Eingewöhnung des Kindes stattfinden. Wir halten uns bei der Eingewöhnung an das sogenannte „Berliner Eingewöhnungsmodell“

Das Modell sieht eine elternbegleitende, bezugspersonenorientierte und abschiedsbewusste Eingewöhnung vor.

Elternbegleitend heißt, dass die Anwesenheit der Eltern während der Zeit der Eingewöhnung, in der das Kind sich mit der neuen Situation und den neuen Bezugspersonen auseinandersetzen muss, von großer Bedeutung ist. Die Eltern geben dem Kind die Sicherheit und damit die Basis für diesen so wichtigen Entwicklungsschritt.

Bezugspersonenorientiert heißt, das Kind bekommt eine Bezugsperson zur Seite gestellt, die zumindest, bis das Kind in die Gruppe integriert ist, der erste Ansprechpartner und Kontaktperson sowohl für das Kind als auch für die Eltern darstellt. Nur im Beisein der Eltern kann die Erzieherin zur neuen Bezugsperson werden. Dies ist Grundvoraussetzung für eine gelungene Eingewöhnung.

Abschiedsbewusst heißt, ein sogenanntes Wegschleichen der Eltern ohne Abschied, wie dies in früheren Jahren oft noch gebräuchlich war, ist ein nicht akzeptables Verhalten. Die Trennung wird dem Kind dabei nicht erleichtert. Ein klarer Abschied muss stattfinden, zu dem bald das Vertrauen auf die Rückkehr der Mutter / des Vaters gehört. Ferner lässt ein klarer Abschied dem Kind auch Strukturen erkennen – die am nächsten Tag wieder erkannt werden – und die ihm Orientierung (Mama /Papa geht --- Mama / Papa kommt dann wieder) geben.



Abbildung 44: Auf der Wöhrder Wiese

### **Ablauf der Eingewöhnungszeit**

Das Berliner Modell sieht eine stufenweise Eingewöhnung vor, die das Kind nicht überfordert. Es ist über einen Zeitraum von etwa vier bis sechs Wochen angelegt. Wie lange der Eingewöhnungsprozess tatsächlich dauert, kann individuell sehr unterschiedlich und u. a. von verschiedenen Faktoren abhängig sein. So ist es beispielsweise für ein Kind, das bislang ausschließlich Familienbetreuung kennengelernt hat, sicher schwieriger, als für ein Kind, das bereits außerhäusliche Betreuungsmöglichkeiten kennt. Wichtig ist, dass die für die Eingewöhnung verantwortliche Bezugsperson gemeinsam mit den Eltern das richtige Tempo wählt.

### **Grundphase 1.-3. Tag**

Die Eltern oder eine andere vertraute Person begleiten das Kind in die Krippe und halten sich mit ihm im Gruppenraum auf - elternbegleitend. Das Kind kann so eine gewisse Vertrautheit zur neuen Umgebung und zu der bislang noch fremden Bezugsperson und den anderen Kindern bekommen. Die Erzieherin / der Erzieher wird in Absprache mit den Eltern die Lage und die Dauer der Anwesenheitszeiten während dieser Tage festlegen.

Die Bezugsperson reagiert auf Kontaktversuche des Kindes, sie nimmt aber von sich aus noch keinen Körperkontakt zum Kind auf. Ziel zu diesem Zeitpunkt der Eingewöhnung ist es, das Kind kennen zu lernen, als ersten Schritt zum Aufbau einer Vertrauensbeziehung. Die / der Bezugserzieher / in ist auch Ansprechpartner/in für die Eltern für alle Fragen.



Abbildung 45: Blick in den Gruppenraum

### **4.Tag – erster Trennungsversuch**

In Absprache mit der Bezugsperson findet i. d. Regel am vierten Tag der erste Trennungsversuch statt. Das ist auch der Tag, an dem eine vorläufige Entscheidung darüber getroffen wird, ob eine kürzere oder längere Begleitung des Kindes durch seine Eltern notwendig ist.

Ist der 4. Tag ein Montag, so findet der erste Trennungsversuch einen Tag später statt, da zu Beginn einer Woche nichts Neues eingeführt werden soll.

Der begleitende Elternteil wartet ab, bis sich das Kind in einer Spielsituation der Bezugsperson zugewandt hat. Dann geht er / sie zum Kind und verabschiedet sich – abschiedsbewusst.

Nun sind zwei Reaktionen denkbar, das Kind protestiert schon bei der Verabschiedung, oder es verharrt zunächst und beginnt dann ohne ersichtlichen Grund zu weinen. Die Erzieherin / der Erzieher versucht dann das Kind zu trösten, gelingt dies nicht, so kehrt der Elternteil wieder zurück.

Reagiert das Kind auf die Verabschiedung gering und hat es weiterhin Lust, sich an den Aktivitäten zu beteiligen, so soll der Elternteil nach 30 Minuten wieder in den Gruppenraum zurückkommen.

Die Bezugsperson begleitet die Eltern und das Kind beim ersten Trennungsversuch. Sie weiß, ob das Verhalten des Kindes die sofortige Anwesenheit der Mutter / des Vaters benötigt oder ob die Situation aushaltbar ist. Pflegevorgänge wie Wickeln und Füttern sollen in Teilen von der Bezugsperson übernommen werden.

#### Stabilisierungsphase

Sie ist im Prinzip ähnlich strukturiert wie der vierte Tag. Die Trennungsversuche werden wiederholt. Ein sogenanntes Abschiedsritual wird eingeführt. Die elterliche Bezugsperson sollte nun den Gruppenraum für eine immer längere Zeit verlassen, bleibt aber in den Räumen der Krippe und kann bei Bedarf geholt werden.

Der Aufenthalt des Kindes in der Gruppe wird kontinuierlich ausgedehnt. Die Kinder lernen so schrittweise die Tagesstruktur kennen, zunächst den Morgenkreis und das gemeinsame Frühstück, die gemeinsame Beschäftigung, die offenen Angebote, das gemeinsame Mittagessen und letztendlich den Mittagsschlaf. Die Pflegeabläufe werden ganz von der / dem Bezugserzieher / in übernommen.

#### Schlussphase

In dieser Phase wird das Kind mit dem Krippenalltag vertraut. Es kennt nun die Bezugsperson, die anderen Mitarbeiterinnen und Mitarbeiter der Gruppe und auch die Spielkameraden. Es kann immer noch zu sogenannten „Rückfällen“ kommen, die sich aber zusammen mit der pädagogischen Fachkraft gut und schnell meistern lassen.

Die Eingewöhnung ist dann abgeschlossen, wenn das Kind die Bezugsperson als „sichere Basis“ akzeptiert, sich von ihr trösten lässt und sich dann wieder gut gelaunt den angebotenen Aktivitäten zuwendet. Nach der Eingewöhnung muss mit allen Beteiligten ein Auswertungsgespräch stattfinden, ein Elternfragebogen zum Eingewöhnungsprozess wird erhoben. Dieser Bogen ist wichtig, um die Qualität der Eingewöhnung zu verbessern und die Bedürfnisse der Eltern mit einzubeziehen.



Abbildung 46: Im Gruppenraum

### 8.3 Umsetzung der pädagogischen Konzeption – erste Erfahrungen

#### Eingewöhnungszeit

Am 05.11.08 durften wir die ersten Kinder im milliOHM empfangen. Unsere Betriebserlaubnis gilt für 36 Plätze in drei Gruppen. Die Eingewöhnung der Kinder in die drei Gruppen dauerte von November 2008 bis Ende Januar 2009. Es galt ein sogenannter Stufenplan, der vorsah, dass nie mehr als zwei bis drei Kinder pro Gruppe gleichzeitig neu eingewöhnt wurden.

Diese Phase war für das Personal sehr anstrengend, da Kinder aber auch Eltern einen hohen Betreuungsbedarf hatten. Waren die ersten Kinder eingewöhnt und stellte sich ein Krippenalltag ein, kamen die nächsten Eingewöhnungskinder dazu.

Es ist unabdingbar, dass die Dauer und Ausgestaltung der Eingewöhnung für jedes Kind sehr individuell ausgerichtet sein muss. Die Eltern müssen die Krippenerziehung ihres Kindes akzeptieren und der Kinderkrippe gegenüber positiv eingestellt sein. Deshalb ist eine regelmäßige Absprache und Aussprache mit den Eltern eine Grundvoraussetzung für eine erfolgreiche Eingewöhnung. Denn nur wenn es gelingt, Vertrauen zu den Eltern aufzubauen, wird das Kind sich in der Krippe auf Dauer wohl fühlen, und die Eltern werden Rückschläge in der Eingewöhnung gut mittragen können.



Abbildung 47: Herbstspaziergang

#### Zeit nach der Eingewöhnung

Drei Monate dauerte es, bis alle Kinder eingewöhnt waren. Das war, wie bereits beschrieben, eine wichtige und für alle Beteiligten sehr anstrengende Zeit. Dabei handelt es sich aber um eine einmalige Situation, die nur bei der Eröffnung einer neuen Krippe vorkommt. Normalerweise müssen viel weniger Kinder gleichzeitig eingewöhnt werden.

Nach der Eingewöhnungsphase konnte das Krippenpersonal weiter am Aufbau des Krippenalltags arbeiten, die einzelnen Gruppenteams entwickelten ihre pädagogische Gruppenkonzeption und eine gewisse Routine wurde erreicht. Anfänglich mussten Planungen immer wieder geändert werden, vor allem dann wenn sich herausstellte, dass Vorgaben und Vorstellungen sich nicht optimal in den Krippenalltag integrieren ließen. Vom

Personal wurde eine hohe reflexive und konzeptionelle Kompetenz, Teamfähigkeit, sowie viel Kreativität und Flexibilität in der pädagogischen Ausgestaltung verlangt.

Neben der konzeptionellen Arbeit am Gruppenkonzept und der Implementierung in den Krippenalltag musste auch auf einzelne auffällige Kinder mit gezielter Förderung reagiert werden. Netzwerke mit externen Einrichtungen und Beratungsstellen (z.B. die Frühförderung) wurden aufgebaut, eine vertrauensvolle Zusammenarbeit musste implementiert und gepflegt werden. Die interne Zusammenarbeit der Mitarbeiterinnen und Mitarbeiter in den Gruppenteams, aber auch im Großteam musste weiter entwickelt werden. Daneben waren weitere konzeptionelle Aufgaben zu bewältigen, die offenen Angebote sollten im Tagesablauf eingeführt werden. Dokumentationssysteme mussten entwickelt, eingeführt und umgesetzt werden.

Auch in der Elternarbeit waren viele neue Aufgaben zu erfüllen: Elterngespräche, Elternabende, die Wahl des Elternbeirats, und die Zusammenarbeit mit den Elternvertretern, um nur einen kleinen Ausschnitt zu nennen.

Die Mitarbeiterinnen und Mitarbeiter wurden unterstützt durch einschlägige Fortbildungsveranstaltungen – wie z. B. zum Ersten Hilfe Kurs für Kleinkinder, Entwicklungsverlauf und Feststellung des Entwicklungsstandes, Einsatz des Pikler-Materials, Sicherheitsbelehrungen, Gesundheitsbelehrungen.

Insgesamt gesehen ist die Umsetzung der pädagogischen Konzeption in den Krippenalltag trotz der kurzen Zeit weitgehend abgeschlossen. Mittlerweile betreuen wir vierzig Kinder, die sich bei uns in der Krippe sehr wohl fühlen.

Am 28.10.2009 wurde unser milliOHM offiziell durch die Bayerische Staatsministerin für Arbeit und Sozialordnung, Familie und Frauen Christine Haderthauer eingeweiht.



Abbildung 48: vlnr Kanzler Achim Hoffmann, Vizepräsidentin Prof. Dr. Sibylle Kisro-Völker, Architekt Hans Birnbaum, Bay. Familienministerin Christine Haderthauer, Vermieter Dr. Dr. Bengt Zikarsky, administrative Leitung HSF Petra Schwendtner, Architekt Roland Bachmann, Pädagogische Leitung HSF Ulrike Schmidt

## **Leitfaden**

Dieser Leitfaden gibt stichpunktartig einen chronologischen Überblick über die einzelnen Schritte von der Planung bis zur Inbetriebnahme der Krippe.

## **I. Entwicklung familienfreundlicher Strukturen**

### **1. Ausgangslage: familienfreundliche Strukturen schaffen**

z.B. durch eine entsprechende Bedarfsanalyse oder Auditierung als familiengerechte Einrichtung

### **2. Voraussetzungen an der jeweiligen Institution implementieren**

**(Entscheidung der Führungsebene / Leitung herbeiführen)**

- 2.1 Trägerschaft der Kindertagesstätte festlegen
- 2.2 Kooperation mit Aufsichtsbehörde fixieren
- 2.3 Interdisziplinäres Expertenteam zusammenstellen

## **II. Phase grundlegender Planungen aus baulicher, wirtschaftlicher und pädagogischer Sicht**

### **1. Bauliche und wirtschaftliche Planungen zur Errichtung der Kinderkrippe**

1.1 Bedarfsanalyse aus Sicht des Planers:

bauliche Anforderungen für Bedarf an Kinderbetreuungsplätzen eruieren

1.2 Bewertung und Analyse der Maßnahmen anhand des Zeitrahmens und des finanziellen Rahmens :  
Neubau oder Umbau einer Kinderkrippe

1.3 Gesamtkostenplanung, Finanzierung klären

### **2. Pädagogische Planungen zur Errichtung der Kinderkrippe**

2.1 Konzeptionelle Aufgaben

2.2 Kurzkonzeption als Grundlage für die Bedarfsanerkennung / Betriebserlaubnis und für die baulichen Planungen verfassen

*2.2.1 Sozialadministrative Voraussetzungen*

*2.2.2 Pädagogische Schwerpunkte – Ziele der pädagogischen Arbeit definieren*

*2.2.3 Angebote und Maßnahmen zur Umsetzung des pädagogischen Konzeptes festlegen*

### **3. Planungen zur Anpassung der räumlichen Gegebenheiten an die pädagogische Konzeption**

### **III. Phase der konkreten Objektplanung und deren Umsetzung – bauliche und wirtschaftliche Aufgaben - Umbau eines Mietobjektes als Kinderkrippe**

#### **1. Baulicher Aufgabenbereich Umsetzung des Umbaus**

1.1 Nutzungsänderung für Umbauobjekt genehmigen lassen

1.2 Relevante bauliche Belange beachten

*1.2.1 Brandschutz*

*1.2.2 Statik*

*1.2.3 Sicherheit*

1.3 Materialkonzept erstellen

*1.3.1 Boden*

*1.3.2 Wände*

*1.3.3 Decken*

*1.3.4 Beleuchtung*

*1.3.5 Einbauten / Bewegungsraum*

*1.3.6 Sanitärbereich*

*1.3.7 Außenbereich*

#### **2. Konkrete Finanzplanung durchführen**

2.1 Kostenaufstellung für das Bauwerk – Förderung sowie Eigenanteil errechnen, Finanzierung klären

2.2 Einrichtungskonzept aufstellen, Angebote einholen, Einrichtungszuschuss beantragen

2.3 Planung des laufenden Betriebs – Gesamtkostenkalkulation, Zuschüsse, Elternbeiträge

#### **3. Konkrete Umsetzung des pädagogischen Konzeptes im Raumkonzept**

#### **4. Konkrete Umsetzung des pädagogischen Konzeptes in der Einrichtung**

4.1 Beschaffung der Einrichtung

## **IV. Inbetriebnahme**

### **1. Inbetriebnahme der Krippe**

1.1 Namensfindung

1.2 Betriebserlaubnis

1.3 Personalakquise (einschließlich Zivildienstleistende und Hilfskräfte)  
unter Beachtung des vorgeschriebenen Anstellungsschlüssels

1.4 Kinderakquise

1.5 Unterlagen / Formulare erstellen

### **2. Betriebsaufnahme Kinderkrippe**

2.1 Teamfindung

2.2 Eingewöhnung

Konzeption zur Eingewöhnung in die Kinderkrippe

2.3 Umsetzung der pädagogischen Konzeption in den Krippenalltag

## Literatur

als Grundlage für Kurzkonzeption und Konzeption zur Eingewöhnung

BAYERISCHES STAATSWINSTITUT FÜR ARBEIT UND SOZIALORDNUNG, FAMILIE UND FRAUEN, STAATSWINSTITUT FÜR FRÜHPÄDAGOGIK MÜNCHEN (Hrsg.): Der Bayerische Bildungs- und Erziehungsplan für Kinder in Kindertageseinrichtungen bis zur Einschulung. Cornelsen, 2006.

KIPHARD, E.J.: Motopädagogik. Modernes Lernen Borgmann, 2001.

LAEWEN, H.-J. ANDRES, Beate; HEDERVARI, Eva: Ein Modell für die Gestaltung der Eingewöhnungssituation von Kindern in Krippen. INFANS 1994.

LAEWEN H.-J.: ANDRES, Beate; HEDERVARI: Die ersten Tage ein Modell zur Eingewöhnung in Krippe und Tagespflege. Cornelsen, 2003.

LAEWEN, H.-J. ANDRES, Beate; HEDERVARI, Eva: Ohne Eltern geht es nicht – Die Eingewöhnung von Kindern in Krippen und Tagespflegestellen. Cornelsen, 2007.

LARGO, R.H.: Kinderjahre Die Individualität des Kindes als erzieherische Herausforderung. Piper, 1999.

MAYWALD, J.: SCHÖN, Bernhard: Krippen - Wie frühe Betreuung gelingt. Beltz, 2008.

MERCHEL, J.: Trägerstrukturen in der Sozialen Arbeit. Juventa, 2003.

OERTER, R./MONTADA, L. (Hrsg.): Entwicklungspsychologie. Beltz, 2002.

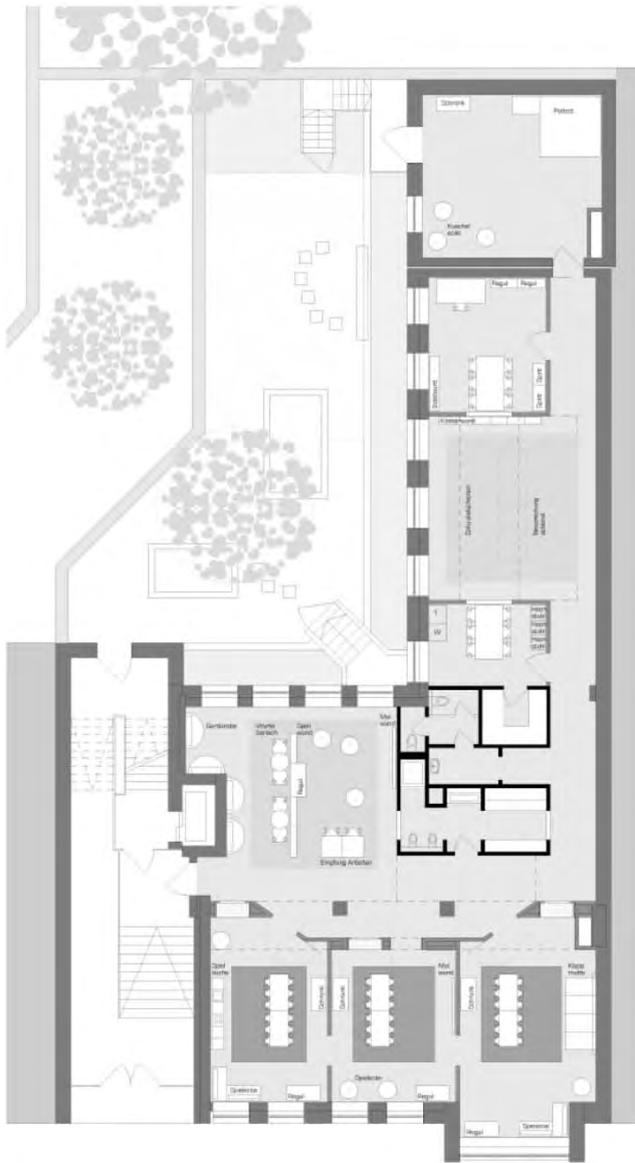
PIAGET, J.: Das Erwachen der Intelligenz beim Kinde. Klett-Cotta, 2003.

ROTHGANG, G.-W.: Entwicklungspsychologie. Kohlhammer, 2009.

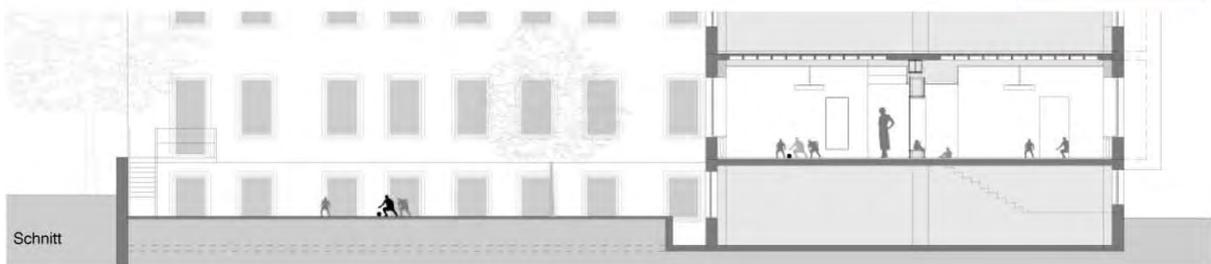
ZIMMER, R.: Handbuch der Sinneswahrnehmung. Herder, 2005.

ZIMMER, R.: Handbuch der Bewegungserziehung. Herder, 2004.

Entwurf der Architekten Birnbaum und Bachmann in Plan und Modell



Grundriss



Schnitt

Neubau Kinderkrippe Georg-Simon-Ohm Hochschule 2008

Lph 1-8 HNF ca. 300 qm

Die neue Kinderkrippe der Georg-Simon-Ohm Hochschule befindet sich am Laufertorgraben 8, direkt am Nürnberger Altstadtring und ist für drei Gruppen mit je 12 Kindern konzipiert. Das pädagogische Konzept der Kinderkrippe geht von einem offenen Gruppenkonzept aus, dessen architektonische Umsetzung, sieht eine transparente Raumeinheit vor. Die Mehrweckräume bilden die Plätze der Struktur gefasst von den angrenzenden Häusern, die die Gruppen- und Nebenräumen aufnehmen.

Das verbindende Gestaltungselement bildet eine aus abgestuften Komplementärfarben komponierte Leitwand, sowie farblich dazu abgestimmte Intarsien zur Aufnahme der raumbildenden Möblierung. Die unterschiedlichen Raumstrukturen sind wiederum über Innenfenster visuell miteinander verbunden, so entsteht ein klar zoniertes, adäquates und spannungreiches Raumkontinuum für die heranwachsenden Kinder.

## Impressum

Herausgeber:  
Kinderkrippe milliOHM  
Georg-Simon-Ohm-Hochschule  
für angewandte Wissenschaften -  
Fachhochschule Nürnberg  
Laufertorgraben 8  
90489 Nürnberg

Autoren:  
Dipl.-Verw.wirt (FH) Petra Schwendtner,  
Dipl.-Soz.päd. (FH) Ulrike Schmidt,  
Dipl.-Architekt (FH) Hans Birnbaum

Stand: Juli 2010